ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 JANVIER 1934.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BOREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** adresse ampliation du décret, en date du 26 janvier 1934, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Antonin Gosset** pour occuper dans la Section de Médecine et Chirurgie la place vacante par le décès de M. *E. Quénu*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Antonin Gosset** prend place parmi ses Confrères.

THERMODYNAMIQUE. — *Généralisation du problème de la réfraction des adiabatiques*. Note [1] de M. **E. Jouguet**.

1. MM. Raveau et Bruhat ont étudié, sur le diagramme p, v d'un fluide pur, la réfraction des adiabatiques au passage de la courbe de saturation. Cette question se généralise comme suit.

Nous considérons un mélange de n constituants indépendants comprenant soit une phase (système S), soit deux phases (système S_{II}) et nous nous référons aux notations de deux Notes antérieures. Dans la représentation R des états de S, on laisse $\nu_4, \ldots, \nu_{n+2}$ constants et r_2 est représenté en fonction de ν_2 et de ν_3 par une surface. Les courbes R_2 sont les sections de cette surface par les plans $\nu_3 = \text{const}$. Dans ces lignes R_2, supprimons l'arc compris entre A et B et remplaçons-le par la droite AB. La ligne L

---

(1) Séance du 15 janvier 1934.

formée des arcs CA, BD (partie l) et de la droite AB (partie l_{II}), représente les états à $\nu_3, \ldots, \nu_{n+2}$ constants du mélange aussi bien sous la forme S_{II} que sous la forme S : les points de la droite AB correspondent à des états de S_{II}, ceux de CA, BD à des états de S. (Il est entendu que r_2 est toujours le rapport des N_2 et N_1 *totaux*) (*fig.* 1).

Laissant toujours $\nu_4, \ldots, \nu_{n+2}$ constants, considérons les états du mélange pour lesquels r_3 (au lieu de ν_3) est constant. Dans le plan ν_2, r_2, ils se répartissent sur une courbe Λ formée d'une partie λ_{II}, où le mélange a la forme S_{II}, et d'une partie λ où il a la forme S.

La généralisation du problème de MM. Raveau et Bruhat consiste en l'étude de la disposition des lignes l, l_{II}, λ, λ_{II} aux points A et B.

2. Dans toute la question, $\nu_4, \ldots, \nu_{n+2}$ sont maintenus constants. N_1 peut

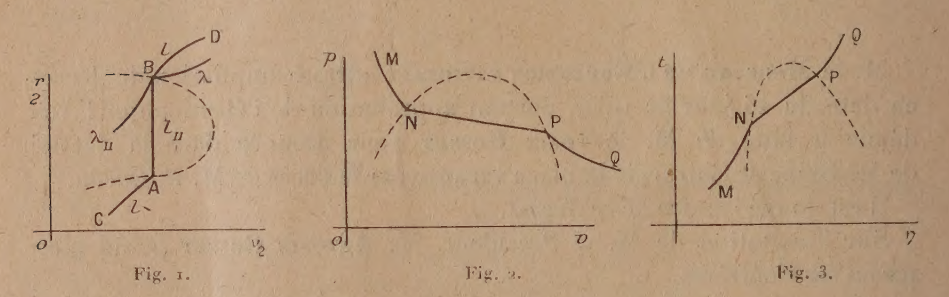


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

aussi être pris constant, et alors dr_2 et dr_3 sont proportionnels à dN_2 et dN_3. En différentiant les $n+1$ dernières équations (2) de notre avant-dernière Note avec $dN_1 = d\nu_4 \ldots = d\nu_{n+2} = 0$, et en éliminant $dN_4, \ldots, dN_{n+2}$, on trouve

$$(1) \qquad \begin{cases} \Delta^{13}_{13}\, dN_2 + \Delta^{12}_{13}\, dN_3 = \Delta^{123}_{123}\, d\nu_2, \\ \Delta^{13}_{12}\, dN_2 + \Delta^{12}_{12}\, dN_3 = \Delta^{123}_{123}\, d\nu_3. \end{cases}$$

On peut écrire ces équations pour la forme S comme pour la forme S_{II}. Mais la fonction ε (et les Δ qui s'en déduisent) ont des déterminations différentes pour ces deux formes (pour S on a la fonction ε, pour S_{II} la fonction ε_{II}).

Occupons-nous d'abord du mélange sous la forme S. Rappelons-nous que, aux points A et B où nous nous plaçons, les conditions de stabilité sont vérifiées.

Le coefficient angulaire de λ est

$$\cot\beta = \frac{1}{N_1}\left(\frac{dN_2}{d\nu_2}\right)_{N_3} = \frac{\Delta^{123}_{123}}{\Delta^{13}_{13}} > 0 \quad \text{par la stabilité.}$$

Posons

$$\cot\varphi = \frac{1}{N_1}\left(\frac{dN_2}{d\nu_3}\right)_{N_2} = \frac{\Delta_{123}^{123}}{\Delta_{12}^{12}} > 0, \qquad \frac{1}{\tau} = \frac{\Delta_{123}^{123}}{\Delta_{13}^{12}} = \frac{\Delta_{123}^{123}}{\Delta_{12}^{13}}.$$

Nos équations (1) deviennent

$$(1') \qquad \begin{cases} \operatorname{tang}\beta\, dN_2 + \tau\, dN_3 = N_1\, d\nu_2, \\ \tau\, dN_2 + \operatorname{tang}\varphi\, dN_3 = N_1\, d\nu_3. \end{cases}$$

Le coefficient angulaire de l est

$$(2) \qquad \cot\alpha = \frac{1}{N_1}\left(\frac{dN_2}{d\nu_2}\right)_{\nu_3} = \frac{\operatorname{tang}\varphi}{\operatorname{tang}\beta\operatorname{tang}\varphi - \tau^2} > 0 \quad \text{par la stabilité.}$$

Posons de même

$$(3) \qquad \cot\theta = \frac{1}{N_1}\left(\frac{dN_3}{d\nu_3}\right)_{\nu_2} = \frac{\operatorname{tang}\beta}{\operatorname{tang}\beta\operatorname{tang}\varphi - \tau^2} > 0 \quad \text{par la stabilité.}$$

$\cot\alpha$ et $\operatorname{tang}\varphi$ étant positifs, il faut que $\operatorname{tang}\beta\operatorname{tang}\varphi - \tau^2 > 0$. On a donc

$$\cot\alpha - \cot\beta = \frac{\tau^2}{\operatorname{tang}\beta(\operatorname{tang}\beta\operatorname{tang}\varphi - \tau^2)} > 0.$$

Les courbes l et λ montent toutes deux de gauche à droite et l monte plus vite que λ.

Si l'on envisage maintenant la forme S_{II}, en se plaçant toujours en A ou B, les formules sont analogues avec cette différence que $\cot\alpha_{\text{II}}$ et $\cot\theta_{\text{II}}$ sont infinis. Le coefficient angulaire de l_{II} est infini (c'est $\cot\alpha_{\text{II}}$); celui de λ_{II} est $\cot\beta_{\text{II}}$.

3. *Réfraction de la courbe* Λ. — Cherchons une relation entre $\cot\beta_{\text{II}}$ et $\cot\beta$. Pour cela, considérons une modification issue de A ou de B et qui laisse le mélange sur la ligne Γ : adoptons la caractéristique D pour cette modification. Ladite modification appartient à S_{II} comme à S. En tant qu'appartenant à S, on peut écrire les équations (1') :

$$\operatorname{tang}\beta\, DN_2 + \tau\, DN_3 = N_1\, D\nu_2,$$
$$\tau\, DN_2 + \operatorname{tang}\varphi\, DN_3 = N_1\, D\nu_3,$$

auxquelles on joindra l'expression (3) de $\cot\theta$. De ces trois équations, on tire

$$\cot\beta = \frac{N_1\, DN_2\, D\nu_2 + N_1\, DN_3\, D\nu_3 - \operatorname{tang}\theta\, D\nu_3^2}{N_1^2\, D\nu_2^2}.$$

En tant qu'appartenant à S_{II}, la modification D donne des formules ana-

logues avec $\tang\theta_{II} = 0$. On a donc

$$\cot\beta_{II} = \frac{N_1 . DN_2 . D\nu_2 + N_1 . DN_3 . D\nu_3}{N_1^2 . D\nu_2^2}.$$

D'où

(4) $$\cot\beta_{II} - \cot\beta = \tang\theta \frac{DN_3^2}{N_1^2 . D\nu_2^2}.$$

C'est la généralisation de la formule de M. Bruhat pour la réfraction des adiabatiques. Nous savons que $\tang\theta$ et $\cot\beta$ sont positifs. Donc :

La courbe λ_{II} monte de gauche à droite plus vite que λ.

Il y a exception aux points critiques où, $\tang\theta$ étant nul, il n'y a pas de réfraction.

4. *Applications.* — 1° Vaporisation d'un fluide pur : réfraction des adiabatiques dans le diagramme en p, v. On fera $n = 1$, $N_2 = v$, $\nu_2 = -p$, $N_3 = \eta$, $\nu_3 = t$.

Ici $\tang\theta$ correspond à une isobare et vaut $m_1(dt/d\eta)_p$, c'est-à-dire t/C, en désignant par C la chaleur spécifique du fluide homogène. DN_3 c'est $D\eta$ ou $N_1 \Gamma Dt/t$, en désignant par Γ la chaleur spécifique de la vapeur saturée. La formule (4) devient :

$$\cot\beta_{II} - \cot\beta = \frac{1}{Ct} \frac{\Gamma^2}{\left(\frac{Dp}{Dt}\right)^2} \qquad \text{(formule de M. Bruhat).}$$

2° Vaporisation d'un liquide pur : réfraction des isobares dans le diagramme eutropique. On fera $n = 1$, $N_2 = \eta$, $\nu_2 = t$, $N_3 = v$, $\nu_3 = -p$.

Ici $\tang\theta$ correspond à une isotherme et vaut $-m_1(dp/dv)_t$ ou $m_1(i/v)$ (i module de compressibilité). De même le module de compressibilité de la vapeur saturée est défini par $j = -v(Dp/Dv)$. La formule (4) s'écrit

$$\cot\beta_{II} - \cot\beta = \frac{i}{j^2} \frac{v}{m_1} \left(\frac{Dp}{Dt}\right)^2.$$

3° Mélange de deux fluides : en faisant $N_1 = m_1$, $N_3 = m_2$, $N_2 = v$, $N_4 = \eta$, on étudie la réfraction, sur un diagramme en p, v, des isothermes d'un système fermé (t, m_1, m_2 constants). En faisant $N_1 = m_1$, $N_3 = m_2$, $N_2 = \eta$, $N_4 = v$, on étudie la réfraction, sur un diagramme entropique, des isobares d'un système fermé (p, m_1, m_2 constants). On retrouve ainsi les formes d'ailleurs classiques des figures 2 et 3.

4° Mélange de trois corps. — $N_1 = m_1$, $N_2 = m_2$, $N_3 = m_3$, $N_4 = v$, $N_5 = \eta$.

ν_4 et ν_5 étant constants, on opère à pression et température constantes La courbe Λ donne m_2 en fonction du logarithme de la fugacité avec m_1

et m_3 constants. La courbe L donne m_2 en fonction du logarithme de la fugacité avec m_1 constant et en présence du corps 3 précipité. Cette dernière monte plus vite de gauche à droite que la première, laquelle se réfracte de telle sorte que λ_{II} monte plus vite que λ.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une propriété des lampes triodes.* Note de MM. **Armand de Gramont** et **Daniel Beretzki**.

Les mesures effectuées au moyen de lampes triodes sont habituellement obtenues en modifiant le potentiel de grille; dans le nouveau montage que nous avons réalisé les phénomènes à étudier influent sur le potentiel de la plaque.

Si nous considérons une lampe à trois électrodes à chauffage indirect (*fig.* 1) et si nous intercalons entre la cathode C et la grille G un milli-

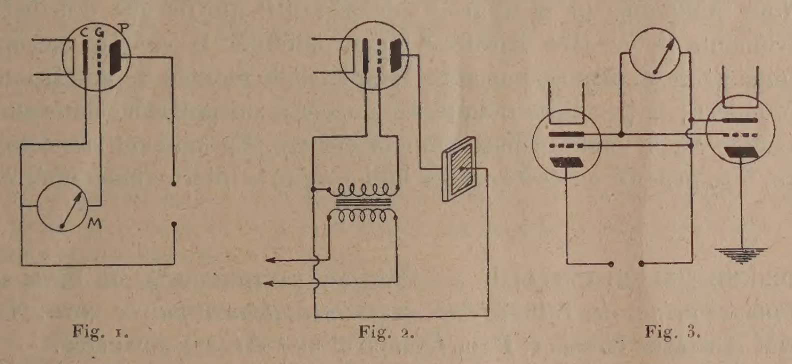


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

ampèremètre M, nous observons le passage d'un courant; il est à noter que ce courant se produit sans apport sur la grille ou sur la plaque d'une tension auxiliaire; la seule énergie fournie se trouve être le chauffage de la cathode qui produit le flux électronique.

Parmi les électrons issus de la cathode, ceux qui ont une vitesse suffisante sont captés par la grille et produisent le courant électrique décelé par le milliampèremètre; si nous chargeons négativement la plaque, nous ralentirons la vitesse des électrons; ceux dont la vitesse est faible n'atteindront plus la grille et le milliampèremètre dénotera une diminution de courant. Si l'on augmente encore le potentiel négatif de la plaque, le courant ne sera plus décelable : aucun électron n'atteint alors la grille.

L'essai de lampes de types variés montre que le courant est en relation avec le pas, la transparence de la grille et sa distance à la cathode.

Ce montage trouve son application chaque fois qu'il s'agit de déceler des tensions issues de générateurs à résistance interne élevée tels que cristaux piézo-électriques ou cellules photo-électriques. Puisque les électrons n'atteignent pas la plaque, l'espace plaque-cathode présente une très grande résistance; cette grande résistance interne de la lampe étant du même ordre que celle du générateur, celui-ci peut conserver ses propres tensions, en sorte que le courant mesuré découle du phénomène étudié mais ne l'altère pas.

Par analogie, ce montage pourrait être assimilé à un transformateur dont le primaire serait l'espace plaque-cathode et le secondaire l'espace cathode-grille. A titre d'exemple, il permet de déceler avec une cellule ordinaire des flux lumineux inférieurs à 10^{-6} lumen; les tensions déterminées sur une lame piézo-électrique utilisée comme microphone (*fig.* 2) donne des courants que l'on peut facilement amplifier.

Nous indiquons sur la figure 3 un dispositif qui permet d'utiliser des instruments de mesure sensibles : pour annuler le courant permanent cathode-grille on dispose une autre lampe triode montée en opposition avec la première; la première plaque est portée à un potentiel déterminé, la deuxième est la seule utilisée pour la mesure. En agissant sur cette dernière, il se produit un déséquilibre indiqué par le micro-ampèremètre.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Présence exceptionnelle du virus murin dans les urines des rats infectés expérimentalement par ce virus*. Note de MM. **Charles Nicolle, Paul Giroud** et Mme **Hélène Sparrow**.

Dans des Notes antérieures, il a été démontré que le passage du virus typhique murin se faisait, de façon constante, par voie digestive, les rats sains ingérant les cadavres de leurs congénères infectés ou bien les puces infectées de ceux-ci. La piqûre de puce peut transmettre, elle aussi, la maladie; mais cette voie doit être exceptionnelle dans la nature. Jamais aucun auteur n'a réussi cette transmission, sauf nous-mêmes et dans un seul cas (chez un singe). Malgré sa grande rareté, ce mode est, sans doute, celui qui assure la contamination naturelle de l'homme; cette contamination est d'ailleurs rare dans les laboratoires, si l'on réfléchit au danger quotidien des pipûres des puces.

Il était intéressant de chercher si l'urine des rats infectés pouvait jouer également un rôle dans la propagation de la maladie de rat à rat et, éven-

tuellement, du rat à l'homme. Une seule expérience de cet ordre, à notre connaissance, avait donné un résultat positif indiscutable. Elle est due à R. Weigl, et elle est demeurée inédite. Ce savant expérimentateur du typhus aurait reconnu l'existence du virus typhique historique dans l'urine de l'homme par inoculation de traces de celle-ci par voie anale chez le pou.

Nous n'avons pas employé cette méthode qui est, peut-être, la plus sensible. Nous avons utilisé les voies conjonctivale, sous-conjonctivale, sous-cutanée et péritonéale en nous servant, comme animal réactif, du cobaye. Trois virus murins ont été étudiés : deux mexicains (Zinsser, Mooser, qui, peut-être, sont le même), un de Toulon (Marcandier).

I. VIRUS MURIN MEXICAIN (Zinsser). — *Instillation conjonctivale.* — Les urines éprouvées sont celles de 28 rats, aux 8e, 9e jours de leur infection expérimentale. 21 cobayes sont soumis, pendant 1 à 3 jours, à l'instillation de III à IV gouttes d'urine; le contact virulent a été de 4 à 14 minutes.

Sept cobayes ont présenté des réactions thermométriques sans caractère. Certains des cobayes ont été sacrifiés pour des passages qui se sont montrés cliniquement négatifs.

A l'épreuve, avec le virus de passage, sur 22 cobayes (d'instillation ou de passage), 21 ont fait un typhus fébrile classique; un seul n'a pas réagi.

Une urine, au moins sur 28, contenait le virus typhique à dose infectante.

Voie sous-conjonctivale. — 18 rats aux 8e, 9e jours de l'infection. 8 cobayes inoculés; 2 présentent une réaction thermométrique sans caractère. Sur 6 cobayes (inoculés ou de passage de cobayes sacrifiés), 1 seulement ne réagit pas à l'épreuve; un autre y réagit faiblement.

Une urine, au moins sur 18, contenait le virus typhique à dose infectante.

Voie péritonéale. — Première série d'expériences : 18 rats aux 8e, 9e jours d'infection. 6 cobayes inoculés; 3 réagissent non clairement au thermomètre, 1 présente une orchite. Éprouvés avec le virus de passage, tous présentent un typhus fébrile classique.

Deuxième série. — Dix rats aux 2e à 10e jours, puis les 12e et 14e jours. Chaque cobaye reçoit 1cm³ d'urine par jour et les mêmes urines sont inoculées chaque jour à deux cobayes. Trois cobayes ont présenté une réaction thermométrique sans caractère. Sur un total de 21 cobayes (inoculés directement avec l'urine ou de passage de ces cobayes sacrifiés), 20 ont fait un typhus fébrile classique à l'épreuve, 1 une fièvre abortive.

II. VIRUS MURIN MEXICAIN (Mooser). — *Première série.* — Quatre rats, urines prélevées aux 5e à 10e jours. Cinq cobayes, inoculés par *voie péritonéale* avec 0cm³,5 à 1cm³. Ni fièvre, ni immunité consécutives.

Seconde série. — Trois rats, urines prélevées aux 7e, 9e, 11e et 12e jours et inoculées par *voie péritonéale* à trois rats. Ceux-ci n'ont pas réagi au thermomètre (observation de 21 jours); ils sont morts avant la date fixée pour l'épreuve.

III. VIRUS MURIN DE TOULON (Marcandier). — Douze rats aux 5e à 15e jours. Seize

cobayes inoculés avec 1/3 à 1$^{cm^3}$ de leurs urines par voie *sous-cutanée ou péritonéale*. Ni fièvre, ni immunité consécutives.

Conclusions. — Ces expériences ont porté, au total, sur l'urine de 93 *rats*. Elles ont donné *deux résultats positifs*, tous les deux avec le virus Zinsser (le plus souvent expérimenté : 74 rats), une fois par instillation, une fois par voie sous-conjonctivale; jamais par les voies sous-cutanée ou péritonéale.

L'urine des rats, infectés expérimentalement par le virus typhique murin, est donc capable d'infecter le cobaye. Il est à penser que, dans la nature, le typhus murin peut se transmettre ainsi du rat au rat et du rat à l'homme, et, sans doute dans ces cas, par voie oculaire de préférence. La quantité de virus, contenue dans l'urine, est évidemment très minime; il est possible qu'elle ne soit pas suffisante pour que, dans bien des cas, l'expérience donne un résultat positif. Nous serions même assez disposés à croire que c'est plutôt à la dose insuffisante de virus qu'à son inconstance dans l'urine des rats qu'il faut attribuer le nombre exceptionnel des résultats positifs obtenus. Il est fort possible que la méthode de Weigl, plus sensible que les nôtres, donne des résultats positifs plus nombreux.

Sans avoir l'importance de l'ingestion des cadavres qui reste le mode de transmission le plus habituel, le rôle de l'urine n'est pas à rejeter dans la propagation de la maladie naturelle de rat à rat. Il convient, d'autre part, de se défier, dans les laboratoires, des urines des rats infectés et de la souillure des conjonctives par les doigts, contaminés de ces produits.

ASTRONOMIE. — *Sur l'image focale des étoiles.* Note [1] de M. Louis Roy.

On sait qu'en un point de l'image focale d'une étoile de magnitude m, situé à une distance angulaire α de son centre, l'éclairement a pour expression

$$\varepsilon = \text{K}.10^{-\frac{m}{2,5}}\text{D}^4 y, \tag{1}$$

D étant le diamètre de l'ouverture utilisée que nous supposerons sans obturation centrale (lunette), K une constante pour toutes les ouvertures et y

[1] Séance du 15 janvier 1934.

l'ordonnée du solide de diffraction, de hauteur 1, à la *distance*

$$(2) \qquad x = \pi\alpha \frac{D}{\lambda}$$

de son axe, $\lambda = 0{,}56 \,.\, 10^{-3}$ mm étant la longueur d'onde de la radiation la plus sensible à l'œil (étoile blanche ou, du moins, non fortement colorée).

Cela posé, considérons dans le plan xOy le méridien du solide de diffraction, et soient $A_0(x_0, y_0)$ et $A_1(x_1, y_1)$ les points de cette courbe qui correspondent au bord du disque de l'étoile et au bord intérieur du premier anneau brillant, supposé visible avec l'ouverture employée. Les valeurs correspondantes ε_0 et ε_1 de ε représentent les plus petits éclairements perceptibles par l'œil aux distances α_0 et α_1 du centre lumineux. Il résulte alors de (2) que la connaissance de la surface des diamètres apparents [1]

$$2\alpha_0 = f(m, D)$$

entraîne celle de la fonction

$$(3) \qquad y_0 = g(m, D)$$

qui définit, d'après (1), la loi de variation du plus petit éclairement perceptible au bord de la tache centrale.

On reconnaît ainsi que y_0 est, à ouverture constante, une fonction constamment croissante de m, qui tend vers 1 quand m tend vers la magnitude limite qui *cesse* d'être accessible à l'ouverture D. A magnitude constante, lorsque D croît à partir de l'ouverture limite correspondante, y_0 commence par décroître à partir de la valeur 1, passe par un minimum, pour croître lentement ensuite. Pour $m \geqq 0$, le minimum minimorum de y_0 serait 0,052 pour $m = 0$ et $D = 165^{mm}$; pour $m = 5$, le minimum serait 0,42 pour $D = 290^{mm}$. Dans les deux cas, le premier anneau brillant est visible et comme $y_1 \leqq 0{,}0174$, ordonnée du sommet du premier anneau, on voit que le plus petit éclairement perceptible diminue très rapidement quand α croît de α_0 à α_1, c'est-à-dire quand on franchit le premier intervalle sombre.

Considérons maintenant deux étoiles de même magnitude m et soit α leur distance angulaire, à laquelle correspond la *distance* x. L'éclairement en un point du plan focal est d'après (1)

$$\varepsilon = K 10^{-\frac{m}{2,5}} D^4 Y,$$

---

(1) L. Roy, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 304.

Y étant la somme des ordonnées y des deux solides de diffraction au point considéré, c'est-à-dire l'ordonnée du *solide résultant* S. Soient C et C' les courbes d'intersection de S par chacun de ses plans longitudinal et transversal de symétrie, O' leur point d'intersection sur l'axe OY de S.

Pour $x < 3$, O' est le sommet de S; les courbures de C et C' en ce point étant de même sens, l'intersection de S par un plan normal à OY, qui représente une courbe d'égal éclairement, est un ovale d'autant plus allongé que x est plus grand. Si le minimum d'éclairement perceptible à partir du centre lumineux ne diminuait pas à mesure qu'on s'en éloigne, la tache centrale serait limitée par une courbe d'égal éclairement. Il résulte alors de cette décroissance que la tache centrale est un ovale un peu plus allongé, qui présente son maximum d'éclairement en son centre. Ces courbes montrent que la duplicité commence à être reconnaissable aux environs de $x = 2$, c'est-à-dire de $\alpha = 73'',7 : D$, D étant exprimé en millimètres.

Pour $x = 3$ ($\alpha = 110'',5 : D$), le sommet de C, et par suite de S, est un segment de droite de *longueur* 1, en même temps que les courbes d'égal éclairement commencent à manifester un léger étranglement transversal. L'éclairement maximum de la tache centrale a donc lieu suivant son grand axe et sur une longueur égale au tiers de la distance des composantes.

Lorsque x franchit la valeur 3, la courbure de C en O' change de sens, de sorte que, pour $x > 3$, la concavité de C en O' se trouve dirigée vers les Y positifs. Les courbures de C et C' en ce point étant ainsi devenues opposées, S présente maintenant deux sommets O_1 de même cote Y_0 séparés par un col O'. Une courbe d'égal éclairement, tracée à une hauteur suffisante pour ne pas couper les anneaux, se compose alors d'une seule courbe fermée ou de deux courbes fermées, suivant que la cote Y du plan sécant est inférieure ou supérieure à celle Y'_0 de O'; à la limite $Y = Y'_0$, elle affecte la forme d'un huit, dont O' est le point double. Les taches centrales de diffraction ont des formes analogues.

Lorsque x est très peu supérieur à 3, le col O' de S est très peu prononcé; par suite, la courbe en huit est très allongée. A mesure que x augmente, le col O' s'abaisse par rapport aux deux sommets O_1 et les deux branches du huit s'arrondissent graduellement. Enfin, lorsque x atteint une valeur telle (de l'ordre de 6,5) que Y'_0/Y_0 devienne très petit (de l'ordre 0,05), chaque boucle du huit diffère peu d'une circonférence ayant pour centre le centre d'éclairement, de sorte que cette courbe correspond très sensiblement au

contour de la tache centrale résultante, qui, dans l'observation réelle, donne alors l'impression de deux cercles égaux tangents extérieurement.

La tache centrale résultante présente deux points d'éclairement maximum correspondant aux sommets O_1 ; cet éclairement est celui qu'on observerait au centre d'une étoile isolée de magnitude

$$M = m - 2,5 \log Y_0.$$

C'est la magnitude *apparente* de chaque composante, dont la distance angulaire *apparente* α' correspond à celle x' des sommets O_1. Y_0 étant très peu supérieur à 1 pour $x \geq 3$, M est très peu inférieur à m ; mais α/α' décroît de 3 à 1, quand x croît de 3 à 3,85 (écartement égal au rayon du premier anneau noir), puis reste égal à 1 pour $x \geq 3,85$. De là une cause d'erreur possible dans l'évaluation à l'estime de la distance vraie de deux composantes très rapprochées.

NOMINATIONS.

MM. **H. Le Chatelier**, **A. Béhal**, **G. Bertrand**, **C. Matignon**, **M. Delépine** sont désignés pour représenter l'Académie au *IXe Congrès international de Chimie pure et appliquée*, qui se tiendra à Madrid du 5 au 11 avril 1934.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Ministère des Colonies. Gouvernement de la Martinique. *Bulletin annuel du Service météorologique et de l'Observatoire géophysique*. Année 1932. M. Gerbinis, Gouverneur de la Martinique. M. Romer, Ingénieur Météorologiste, Chef du Service.

2° Onze fascicules publiés par l'Association pour l'étude géologique de la Méditerranée Occidentale.

3° *Montserrat. Esquisse physiographique illustrée de la Montagne, avec la bibliographie géologique de l'Espagne*, [publiée] *à l'occasion et à la suite du XIVe Congrès géologique international.*

4° *De quelques méthodes en Morphologie*, par A. Magnan et A. Sainte-Laguë. (Présenté par M. H. Villat.)

5° D. Sidersky. *Aide-mémoire de Chimie appliquée.* (Présenté par M. C. Matignon.)

M. **André Kling** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section d'Économie rurale par le décès de MM. *A. Calmette* et *E. Roux*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Une méthode générale de statistique théorique.* Note de Mme **Hilda Geiringer**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $X_1, X_2, \ldots, X_m$ les résultats d'une série d'épreuves quelconques. On suppose qu'il existe une probabilité $p(x)$ telle que

$$(1) \qquad P(x_1, x_2, \ldots, x_m) = p(x_1)p(x_2)\ldots p(x_m)$$

soit la probabilité pour que les résultats $x_1, x_2, \ldots, x_m$ se produisent. Le problème général de la statistique théorique est de décider si cette hypothèse en vue des résultats donnés $X_1, X_2, \ldots, X_m$ est admissible ou non. Pour résoudre ce problème dans le cas se présentant souvent, où $p(x)$ est une fonction de forme connue, mais comprenant k paramètres $\alpha_1, \alpha_2 \ldots, \alpha_k$ inconnus, on peut procéder comme il suit.

Soit M_ν le moment de l'ordre ν de la fonction $p(x)$ relatif au point arbitraire

$$(a) \qquad \mathfrak{M}_\nu = \sum_x (x - b_\nu)^\nu p(x) \qquad (\nu = 1, 2, \ldots).$$

Les M_ν seront, en général, des fonctions des $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$. En éliminant les $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ parmi les expressions qui déterminent $M_1, M_2, \ldots, M_{k+1}$, nous trouvons une équation

$$(2) \qquad G(\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots, \mathfrak{M}_{k+1}) = 0$$

qui ne comprend plus les paramètres α_k. On peut considérer (2) comme la relation caractéristique pour toutes les lois de probabilité de la forme $p(x)$. Soit d'ailleurs

$$M_\nu = \frac{1}{m} \sum_{\mu=1}^{m} (x_\mu - b_\nu)^\nu$$

le moment d'ordre ν d'une série de résultats des m épreuves (moment dit « empirique »). Comme les M_ν sont des fonctions de $x_1, x_2, \ldots, x_m$, il existe une « espérance mathématique » pour chaque M_ν et aussi pour une fonction quelconque

$$(3) \qquad F(M_1, M_2, \ldots).$$

Pour certains F l'espérance mathématique s'exprimera en termes des $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2, \ldots, \mathfrak{M}_{k+1}$. Il s'agit de trouver une fonction $F(M_1, M_2, \ldots)$, telle que son espérance mathématique soit égale à G, c'est-à-dire que

$$(4) \qquad \begin{aligned} E[F(M_1, M_2, \ldots)] &= \Sigma \ldots \Sigma F(M_1, M_2, \ldots) P(x_1, x_2, \ldots, x_m) \\ &= G(\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots, \mathfrak{M}_{k+1}). \end{aligned}$$

Au cas où G est un polynome, la recherche de F est effectuée par un procédé exact; dans les autres cas, il faut se servir des méthodes approchées (asymptotiques pour m infini). La fonction F une fois trouvée, on détermine sa déviation ou l'espérance mathématique de $[F - E(F)]^2$, qui s'exprime elle aussi en termes des $\mathfrak{M}_\nu$

$$(5) \qquad E\{[F - E(F)]^2\} = H(\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots).$$

Enfin, pour répondre à la question posée, nous cherchons les valeurs $\overline{M}_\nu$ que prennent les M_ν quand on substitue dans (b) les X_μ pour les x_μ. Posons

$$\overline{F} = F(\overline{M}_1, \overline{M}_2, \ldots), \qquad \overline{H} = H(\overline{M}_1, \overline{M}_2, \ldots).$$

On décidera que l'hypothèse est admissible si $\overline{F}$ *s'approche de zéro à une valeur de l'ordre* $\pm\sqrt{\overline{H}}$ *près.*

Prenons comme exemple le cas de la théorie de Lexis, où l'on admet la loi de probabilité

$$(6) \qquad p(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} q^x (1-q)^{n-x}$$

à un seul paramètre q. Nous trouvons avec $b_1 = 0$, $b_2 = M_1$, en éliminant q des deux équations $\mathfrak{M}_1 = nq$, $\mathfrak{M}_2 = nq(1-q)$, la relation caractéristique de (6)

$$G(\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2) = \mathfrak{M}_2 - \mathfrak{M}_1 + \frac{1}{n}\mathfrak{M}_1^2 = 0.$$

La fonction F, dont G est l'espérance mathématique, est

$$F(M_1, M_2) = \frac{m}{m-1} M_2 - \frac{mn}{mn-1} M_1 \left(1 - \frac{M_1}{n}\right)$$

et pour H on a une expression connue en $M_1, \ldots, M_4$. On déclarera l'hypothèse vérifiée si $m/m-1 . M_2$ ne diffère de $nm/nm-1 . M_1 . (1-M_1/n)$ que d'une valeur assez petite comparable à $\pm\sqrt{H}$. Ainsi le résultat classique de Lexis est retrouvé, mais la méthode générale, développée plus haut, s'applique à bien d'autres cas aussi.

GÉOMÉTRIE. — *La théorie générale des correspondances entre deux surfaces algébriques.* Note (¹) de M. **Francesco Severi.**

1. J'ai développé récemment (1932-33) la théorie des systèmes d'équivalences sur les variétés algébriques et des correspondances à valence sur les surfaces. Une série d'équivalence sur une surface F est l'ensemble des groupes de niveau de deux fonctions rationnelles du point de F ou d'une fonction rationnelle du point d'une courbe de F ou des groupes donnés par une combinaison linéaire de groupes de ces espèces. Analoguement on définit un système d'équivalence de variétés V_k dans une W_r au moyen de $r-k$ fonctions rationnelles du point de W_r; de $r-k-1$ fonctions rationnelles du point d'une V_{r-1} de W_r, etc.

En poursuivant mes recherches, j'ai construit la théorie générale des correspondances entre deux surfaces F, F′. Soient x, x' deux points variables sur F, F′ et W la variété algébrique produit (topologique) de F, F′. Il faut d'abord considérer les correspondances dégénérées entre F, F′, contenant ∞^2 couples x, x'. Elles sont de trois espèces : 1° celles qui ont x (ou x') variable sur F (ou F′) et x' sur une courbe de F′ (ou F); 2° celles qui résultent des produits d'une courbe de F et d'une courbe de F′ et des combinaisons linéaires (à coefficients entiers, positifs ou négatifs) de ces produits; 3° celles par lesquelles x (ou x') est variable sur F (ou F′) et x' (ou x) est fixé sur F′ (ou F).

Une correspondance ∞^2, T, entre F, F′ est *à valence nulle*, lorsque le groupe X′ de points de F′ correspondant à x variable sur F, se meut dans une série d'équivalence. La correspondance inverse T^{-1} est alors, ellemême, à valence nulle.

Toute correspondance (effective ou virtuelle) à valence nulle, T, *entre* F, F′, *appartient sur* W *à un système d'équivalence défini par une combinaison linéaire de correspondances de deuxième et de troisième espèce ; et vice versa.*

(¹) Séance du 15 janvier 1934.

On a précisément

$$(1) \qquad T \equiv X \times F' + X' \times F + S,$$

où S est une correspondance de deuxième espèce définie à une équivalence près. Je l'appelle la correspondance de deuxième espèce *associée* à T.

Si $F = F'$, le groupe virtuel (S, Ω) des points communs à S et à la correspondance identique Ω est ce que j'appelle le *groupe associé* à T. Le nombre $\delta = [S, \Omega]$ est le *rang* de T et je donne le moyen de le calculer soit directement, soit au moyen des bases des courbes de F, F'. En coupant (1) par Ω, on obtient *l'expression fonctionnelle du principe de correspondance pour les* T *à valence nulle*, dont le principe de correspondance est la traduction numérative.

Une correspondance ∞^2, T, entre F, F' $(F = F')$ est *à valence* γ (γ entier, positive ou négative) lorsque $T + \gamma\Omega$ est à valence nulle. On a par conséquent

$$(T, \Omega) \equiv X + X' + 2\gamma x + (S, \Omega) - \gamma(\Omega, \Omega),$$

où X, X' sont les groupes correspondant à x par rapport à T, T^{-1} et (Ω, Ω) est un groupe de la série d'équivalence, que j'ai donnée en 1932 comme un nouvel invariant fonctionnel de la surface, associé à l'invariant numérique I de Zeuthen-Segre.

2. Le théorème plus expressif, qui se rapporte à la théorie générale des correspondances ∞^2 entre F, F', est le suivant :

On peut fixer un nombre fini de correspondances $T_1, \ldots, T_s$ *entre* F, F', *telles qu'aucune combinaison linéaire de* $T_1, \ldots, T_s$ *à coefficients non tous nuls soit à valence nulle, de façon que pour toute autre correspondance* T *on ait*

$$(2) \qquad T \equiv X \times F' + X' \times F + \sum_{i=1}^{s} \lambda_i(T_i - X_i \times F' - X'_i \times F) + S,$$

où $\lambda_1, \ldots, \lambda_s$ *sont des entiers caractéristiques de* T, S *(ou un multiple convenable de* S*) est une correspondance dégénérée de deuxième espèce associée à* T *et* X, X_i; X', X'_i *correspondent aux points* x, x' *en* T, T_i.

Si $F = F'$, en coupant (2) par Ω, on obtient *l'expression fonctionnelle du principe général de correspondance* et le principe numératif qui s'y rapporte.

3. L'étude des correspondances ∞^3 entre F, F' est plus aisé, parce qu'il s'appuye seulement aux systèmes linéaires et continus de courbes de F, F' et aux intégrales simples de Picard attachées aux surfaces. Une T, ∞^3, est dite *à valence nulle*, lorsqu'elle fait correspondre à x variable sur F une

courbe X′ qui se meut sur F′ dans un système linéaire. La T^{-1} est alors, elle-même, à valence nulle. Les correspondances dégénérées sont ici seulement les produits d'une courbe de F (ou F′) et de la surface F′ (ou F).

Toute correspondance ∞^3, T, *à valence nulle, entre* F, F′, *s'exprime sur* W *par une équivalence du type*

$$T \equiv X \times F' + X' \times F. \tag{3}$$

Si $F = F'$, en coupant (3) par Ω, on obtient le principe de correspondance pour T et sa signification fonctionnelle. On arrive enfin à l'expression générale d'une correspondance quelconque ∞^3 au moyen des correspondances à valence nulle et de t correspondances, indépendantes de ces dernières, t étant $\leqq 2qq'$, où q, q' sont les irrégularités de F, F′.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une généralisation du théorème de Rolle.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

L'objet de la présente Note est d'indiquer la solution du problème suivant : *étant donnés deux points* A *et* B (que nous supposerons sur l'axe Ox aux points d'abscisses o et l), *peut-on, sur toute courbe plane continue joignant* A *et* B, *trouver deux points* A′ *et* B′ *tels que la corde* A′B′ *soit parallèle à* AB *et égale à une longueur donnée* l' ?

Nous allons montrer que *la réponse est affirmative si* l' *est sous-multiple de* l, *et que dans le cas contraire on peut trouver un arc de courbe* C *pour lequel la corde cherchée* A′B′ *n'existe pas :*

1° Soit C un tel arc; désignons par C_n l'arc déduit de C par une translation parallèle à Ox et de longueur nl'. Toutes ces courbes sont dans une région du plan limitée par deux parallèles à Ox, et ont au moins un point sur chacune de ces droites; C_1, qui par hypothèse n'a aucun point commun avec C, sépare cette région en deux parties extérieures, dont l'une contient C_1 et l'autre C_2, C_3, ..., et une partie intérieure comprenant les points de C_1 et peut-être certaines aires. Aucune des courbes C_n ne peut donc contenir le point B de la courbe C. Comme chaque C_n contient le point A_n déduit de A par translation nl' parallèle à Ox, aucun de ces points ne coïncide avec B. Donc l n'est pas multiple de l'.

Inversement, si $l = nl'$, C_1 coupe nécessairement C en au moins un point B′ qui répond à à la question.

La démonstration se simplifie si l'on ne considère que les courbes $y = f(x)$.

En posant $g(x)=f(x+l')-f(x)$, on a

$$g(0)+g(l')+g(2l')+\ldots+g(l-l')=0,$$

ce qui montre que $g(x)$ ne peut être de signe constant.

2° Supposons maintenant que l ne soit pas multiple de l'; désignons par $\varphi(x)$ une fonction périodique, de période l', nulle en A, mais non en B; par exemple $\sin^2 \pi x/l'$. La courbe

$$(1) \qquad y=\varphi(x)-\frac{x}{l}\varphi(l)$$

n'a aucune corde parallèle à Ox de longueur l'; en effet toute corde dont la projection sur Ox a pour longueur l' a pour coefficient angulaire $-\varphi(l)/l$. On remarque qu'elle n'a pas non plus de corde horizontale dont la longueur diffère peu de l' ou d'un de ses multiples.

Extension aux courbes gauches. — Considérons la formule (1) comme définissant une courbe tracée sur un cylindre de révolution à axe vertical, x étant l'abscisse curviligne en projection horizontale, et y étant la cote: les arcs de circonférence de longueurs l et l' ont des cordes de longueurs λ et λ', et la courbe considérée n'a aucune corde horizontale de longueur λ': en supposant λ et λ' donnés, et $\lambda'\neq\lambda$, il suffit toujours de modifier d'aussi peu qu'on veut le rayon (initialement fini ou infini) du cylindre pour faire en sorte que l ne soit pas multiple de l', et appliquer le résultat précédent. Donc: *étant donnés deux points* A *et* B *dans le plan horizontal on peut les joindre par une courbe continue, aussi peu différente que l'on veut d'une courbe plane, n'ayant aucune corde horizontale de longueur donnée* λ' *différente de la distance* AB.

Extension aux surfaces. — La courbe précédente n'a aucune corde très peu différente d'une corde horizontale de longueur λ'. Le résultat précédent subsiste donc si l'on remplace la courbe par un fil assez mince. Que l'ensemble de points considérés soit constitué par le volume du fil ou par la surface fermée qui le limite, on ne peut pas trouver de corde horizontale et de longueur donnée λ' joignant deux points de cet ensemble. Il est remarquable notamment que, λ *et* λ' *étant donnés, et sans autre restriction que* $\lambda\neq\lambda'$, *on puisse toujours trouver une surface fermée sans point double, admettant la corde horizontale* AB *de longueur* λ, *et n'admettant aucune corde horizontale de longueur* λ'.

Naturellement, ce résultat ne subsiste pas si l'on impose aux surfaces étudiées certaines restrictions, par exemple celle de contenir des sections planes permettant d'aller de A à B d'une manière continue.

GÉOMÉTRIE. — *Formules fondamentales dans la théorie des hypersurfaces d'un espace de Finsler.* Note [1] de M. **M. Haimovici**, présentée par M. Élie Cartan.

Les espaces à métrique généralisée ont été étudiés géométriquement surtout depuis Finsler [2]. MM. Berwald [3], Synge [4], Taylor [5] et, récemment, d'une manière nouvelle, M. Cartan [6] ont étudié dans ces espaces le déplacement parallèle et ont généralisé de diverses manières le calcul différentiel absolu.

J'ai étudié les hypersurfaces d'un tel espace. J'ai été conduit à introduire un second élément fondamental qui correspondrait à la seconde forme fondamentale de Gauss et j'ai établi les formules fondamentales et les formules de Gauss et de Codazzi. J'ai étudié ensuite certaines propriétés des courbes de l'hypersurface.

I. Soit l'hypersurface donnée par les équations

$$y^\alpha = y^\alpha(x^i) \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, n+1;\ i = 1, 2, \ldots, n).$$

Nous emploierons les notations de la Note citée de M. Cartan [6] sauf que pour l'espace environnant nous adopterons des indices grecs et pour l'hypersurface des indices latins.

Définissons le vecteur unitaire normal à l'hypersurface dans l'élément $(x^i, \dot{x}^i)$ comme un vecteur ξ^α qui satisfait aux relations

$$g_{\alpha\beta}(x^i, \dot{x}^i)\, y^\beta_i \xi^\alpha = 0, \qquad g_{\alpha\beta}(x^i, \dot{x}^i)\, \xi^\alpha \xi^\beta = 1\ (^7).$$

Évidemment, ξ^α dépend, outre que de x^i, encore de $\dot{x}^i$. Nous aurons pour le tenseur g_{ij} de l'hypersurface, l'expression

$$g_{ij} = g_{\alpha\beta}\, y^\alpha_i\, y^\beta_j.$$

---

[1] Séance du 22 janvier 1934.

[2] *Ueber Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen* (*Diss. Göttingen*, 1918).

[3] *Mathematische Zeitschrift*, **25**, 1926, p. 40.

[4] *Trans. of the Amer. Math. Soc.*, **27**, 1925, p. 61.

[5] *Trans. of the Amer. Math. Soc.*, **27**, 1925, p. 246.

[6] *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 582.

[7] Toutes les fonctions des éléments de l'espace sont prises pour des éléments de l'hypersurface.

Définissons le second élément fondamental V de l'hypersurface par la relation

$$\Omega = \frac{1}{2} V^2$$

ou

$$\Omega = \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} \xi^\alpha y^\beta_{|i|j} \dot{x}^i \dot{x}^j + G_\alpha \xi^\alpha.$$

2. Cela posé, les formules fondamentales de la théorie des hypersurfaces sont

$$y^\alpha_{|i|j} = y^\alpha_{|m} \Gamma^{\star m}_{kj;i} \dot{x}^k - G^\alpha_{;\beta;\gamma} y^\beta_{|i} y^\gamma_{|j} + (\Omega \xi^\alpha)_{;i;j},$$

$$\xi^\alpha_{;i} = -2 C^\alpha_{\beta\gamma} y^\beta_{|i} \xi^\gamma + \varphi_i \xi^\alpha,$$

$$\xi^\alpha_{|j} = -\Gamma^{\star\alpha}_{\beta\gamma} y^\beta_{|j} \xi^\gamma - \Omega_{;j} C^\alpha_{\beta\gamma} \xi^\beta \xi^\gamma - \Omega C^\alpha_{\beta\gamma} \xi^\beta \xi^\gamma_{;j} + A^k_j y^\alpha_{|k}.$$

$$\varphi_i = C_{\alpha\beta\gamma} y^\alpha_{|i} \xi^\beta \xi^\gamma,$$

$$g_{jk} A^k_i = g_{\delta\beta} P^\delta_{\alpha\lambda\gamma} l^\lambda y^\alpha_{|i} y^\gamma_{|j} \xi^\beta + \Omega \left[C_{\alpha\beta\gamma\delta} - 2 C_{\alpha\gamma\lambda} C^\lambda_{\beta\delta} \right] \xi^\alpha \xi^\beta y^\alpha_{|i} y^\delta_{|j} + \Omega_{;i} \varphi_j - \Omega_{;i;j}.$$

3. On obtient des formules équivalentes aux conditions d'intégrabilité en dérivant deux fois, par rapport à $\dot{x}^i$, $\dot{x}^j$, les équations

$$(\Omega_{;i;j|k} - \Omega_{;i;k|j}) \dot{x}^i \dot{x}^j + \varphi_k \Omega_{;i;j|l} \dot{x}^i \dot{x}^j \dot{x}^l + \Omega \Omega_{;k} C_{\alpha\beta\gamma} \xi^\alpha \xi^\beta \xi^\gamma$$
$$+ 3 \Omega g_{\beta\lambda} P^\lambda_{0\alpha\gamma} y^\gamma_{|k} \xi^\alpha \xi^\beta + 2 \Omega^2 (C_{\alpha\beta\gamma;\delta} - 3 C_{\alpha\gamma\lambda} C^\lambda_{\beta\delta}) y^\delta_{|k} \xi^\alpha \xi^\beta \xi^\gamma$$
$$+ \Omega^2 \varphi_k C_{\alpha\beta\gamma} \xi^\alpha \xi^\beta \xi^\gamma + R_{\alpha\beta\gamma\delta} y^\alpha_{|i} y^\gamma_{|j} y^\delta_{|k} \xi^\beta \dot{x}^i \dot{x}^j = 0;$$

$$R_{iljk} \dot{x}^i \dot{x}^j = \Omega_{;l} \Omega_{;k} - 2 \Omega \Omega_{;l;k} + 2 \Omega_{;i;j|m} \dot{x}^i \dot{x}^j \dot{x}^m C_{\alpha\beta\gamma} y^\alpha_{|l} y^\beta_{|k} \xi^\gamma + 3 \Omega \Omega_{;l} \varphi_k$$
$$+ 3 \Omega \Omega_{;k} \varphi_l - 2 C_{jlk} \Omega \Omega_{;i} g^{ij} - 3 \Omega \left[g_{\delta\alpha} P^\delta_{0\beta\gamma} + g_{\delta\beta} P^\delta_{0\alpha\gamma} \right] y^\alpha_{|l} y^\gamma_{|k} \xi^\beta$$
$$+ 2 \Omega^2 \left[C_{\alpha\beta\gamma;\delta} y^\alpha_{|l} y^\beta_{|k} \xi^\gamma \xi^\delta \right] + 2 \varphi_{k;l} + \frac{1}{\mathcal{F}} S_{\alpha\beta\gamma\delta} y^\delta_{|l} y^\beta_{|k} \xi^\alpha \xi^\gamma$$
$$- 5 \varphi_l \varphi_k - 2 C_{ikl} g^{ij} \varphi_j + R_{\alpha\beta\gamma\delta} y^\alpha_{|i} y^\beta_{|l} y^\gamma_{|j} y^\delta_{|k} \dot{x}^i \dot{x}^j.$$

4. La courbure normale d'une courbe de l'hypersurface (¹) est

$$\frac{1}{R} = \frac{\Omega}{\mathcal{F}}.$$

Les courbes données par l'équation $\Omega = 0$ sont les asymptotiques de l'hypersurface (²).

(¹) FINSLER, *loc. cit.*, p. 83.

(²) FINSLER, *loc. cit.*, p. 88.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les solutions d'une classe assez générale d'équations intégrales singulières.* Note [1] de M. **Robert Gibrat.**

1. Nous avons montré [2] comment on pouvait résoudre, sous des hypothèses assez larges, l'équation intégrale singulière et toutes celles qui s'y ramènent :

$$(1) \qquad f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} j(l)\, k(x-l)\, dl.$$

Nous voulons préciser ici la nature des solutions en étudiant les solutions des noyaux particuliers rencontrés dans nos études sur la corrosion.

2. Pour le premier noyau, nous avions trouvé

$$\frac{1}{\lambda(k)} = 2K_0\left(k\sqrt{y^2+z^2}\right) - K_0\left[k\sqrt{(y+d)^2+z^2}\right] - K_0\left[k\sqrt{(y-d)^2+z^2}\right]$$

$\lambda(k)$ croît exponentiellement quand k augmente indéfiniment. Par suite, on ne peut appliquer brutalement la formule (4) de la Note précédente, puisque $\varphi(x)$ n'a de sens pour aucune valeur de la variable. En limitant le spectre continu de $f(x)$ à une bande de fréquence $-K, +K$, on obtient une série de fonctions dépendant d'un paramètre K,

$$f_K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-K}^{+K} e^{ikx} g(k)\, dk.$$

qui tendent vers $f(x)$ quand K croît indéfiniment; d'une manière précise, on peut choisir un nombre K_0 tel que pour $K > K_0$ l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [f(x) - f_K(x)]^2\, dx$$

soit plus petite qu'un nombre donné ε. Il suffit, pour cela, que $\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x)\, dx$ ait un sens.

A chaque fonction $f_K(x)$ on peut faire correspondre une solution $j_K(l)$

---

[1] Séance du 26 décembre 1933.

[2] *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1571. M. V. A. Kostitzin a eu depuis l'amabilité de nous faire remarquer que nous avions été devancés sur plusieurs points par Noether (*Wiss. Weröff. Siemens-Konz.*, 6, 1927, Cahier 1, p. 1) et Patrick Browne (*Sur un problème d'inversion posé par Abel*, Thèse, Paris, 1913).

de l'équation intégrale correspondante

$$j_K(l) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_K(x)\,\varphi_K(l-x)\,dx$$

avec

$$\varphi_K(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-K}^{+K} e^{ikx}\,\lambda(k)\,dk,$$

$\varphi_K(x)$ est maintenant, en effet, fini, continu, dérivable, etc. Cependant, la suite des fonctions $j_K(l)$ ne converge, en général, vers aucune limite et le procédé de limitation à une bande de fréquences ne peut conduire, en pratique, qu'à de grossières erreurs. On peut montrer, en particulier, qu'il faut et il suffit, pour rendre le processus valable, que $\lambda(k)\,g(k)$ tende vers zéro, en décroissant constamment quand k augmente indéfiniment. Or, dans le problème de la corrosion, on est toujours dans le cas où la fonction $j(l)$ est nulle identiquement, sauf sur un intervalle fini de la variable, c'est-à-dire que $\lambda(k)\,g(k)$ tend vers une valeur constante différente de zéro. On peut montrer alors qu'en introduisant, par une sorte de sommation de Fejer, l'intégrale de $j_K(l)$ le processus devient convergent.

A la suite des fonctions $f_K(x)$ correspondra celle des fonctions $F_K(l)$ telles que

$$F_K(l) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_K(x)\,\psi_K(l-x)\,dx$$

avec

$$\psi_K(l-x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-K}^{+K} \frac{e^{ikx}}{k}\,\lambda(k)\,dk$$

et

$$\int_a^b j_K(l)\,dl = F_K(b) - F_K(a).$$

La suite des fonctions $F_K(l)$ tend alors, quand K augmente indéfiniment, vers une fonction $F(l)$ parfaitement *définie et continue* et *qui n'a de dérivée en aucun point*. C'est, croyons-nous, la première fois que l'on trouve une telle fonction, en quelque sorte expérimentalement, puisque poussé par la nécessité d'interprèter des résultats numériques.

3. Le second noyau nous a conduits à

$$\frac{1}{\lambda_2(k)} = 2(1-\cos kd)\,K_0\left(k\sqrt{y^2+z^2}\right).$$

On retrouve, pour $\lambda_2(k)$, le même pôle pour k infini que précédemment.

Mais nous avons ici, de plus, la suite des pôles

$$k=0, \quad \pm\frac{2\pi}{d}, \quad \pm\frac{4\pi}{d}, \quad \ldots \quad \pm\frac{2n\pi}{d} \qquad (n=0, 1, 2, \ldots, \infty).$$

Ces pôles sont dus au fait qu'une solution de l'équation intégrale reste encore solution si on lui ajoute une fonction quelconque de la forme

$$f(l)=\sum_{-\infty}^{+\infty} A_n e^{2\pi i n \frac{l}{d}},$$

c'est-à-dire une fonction périodique quelconque de période d.

Enfin, le pôle $k=0$ est double, d'où la possibilité d'ajouter encore à la solution une fonction linéaire de l. On se débarrassera de tous ces pôles et l'on rendra les processus convergents en considérant, non plus $j(l)$, mais sa différence seconde

$$\delta j(l)=j(l)-\frac{j(l+d)+j(l-d)}{2}.$$

L'ensemble de ces pôles à distance finie a donc pour conséquence que la fonction n'est définie qu'à la superposition d'une fonction linéaire et d'une fonction périodique de période donnée près.

4. Les résultats précédents éclairent d'une lumière assez vive les différentes particularités qui peuvent se présenter dans la solution de l'équation intégrale de première espèce. Il suffit, dans le cas des noyaux $k(x-l)$, d'étudier les singularités de la fonction $\lambda(k)$. On généralise, en particulier, sans difficulté, au cas où les pôles à distance finie de $\lambda(k)$ sont répartis de manière quelconque.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème de représentation conforme posé par la théorie de Helmholtz.* Note de MM. **Jean Leray** et **Alexandre Weinstein**, présentée par M. Henri Villat.

Considérons le mouvement plan suivant : un jet liquide jaillissant hors de parois données, symétriques et polygonales; il pose un problème de représentation conforme bien distinct de celui dont l'étude est devenue classique :

Problème. — Transformer conformément la bande $0<\psi<\pi/2$ du plan $f=\varphi+i\psi$ en un domaine D du plan $z=x+iy$, de sorte que soient réalisées les conditions suivantes : D doit être limité par l'axe des x, par

une ligne polygonale *donnée* ϖ (de sommets : $z_0 = iy_0$, $z_1 = x_1 + iy_1$, ..., $z_n = x_n + iy_n$, $z_{n+1} = -\infty + iy_n$; $y_0 > 0, y_1 > 0, \ldots, y_n > 0$) et par une ligne *non donnée* λ qui se détache de z_0, le long de laquelle la transformation cherchée multiplie les longueurs par une constante positive inconnue μ (c'est-à-dire $|dz/df| = \mu$ sur λ) ([1]).

Nous désignerons par l_k la longueur du segment $z_k z_{k-1}$ ($k = 1, \ldots n$) et par θ_k sa direction; nous supposerons $\theta_1 \leq \theta_2 \leq \ldots \leq \theta_n \leq \theta_{n+1} = 0$, nous poserons $\pi\beta_k = \theta_{k+1} - \theta_k$ et nous nommerons « courbure totale » de ϖ la quantité $\pi \sum_{k=1}^{n} \beta_k = -\theta_1$.

La formule bien connue de Schwarz-Villat ([2]) permet d'affirmer que toute solution éventuelle du problème, $z(f)$, est donnée par une formule de M. Cisotti [*loc. cit.* ([2])], laquelle exprime tous les éléments de la solution au moyen de $n+1$ paramètres. D'après cette formule le problème ci-dessus se réduit à la résolution, par rapport aux $n+1$ paramètres $\mu, \sigma_1, \ldots, \sigma_n$ ($\mu > 0$; $0 < \sigma_1 < \ldots < \sigma_n < \pi/2$) des $n+1$ équations

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} & y_0 = \mu\pi\left(1 - \frac{\mu\pi}{y_n}\right) + \mu \sum_{k=1}^{n} \sin\theta_k \int_{\sigma_{k-1}}^{\sigma_k} \prod_{h=1}^{n} \left| \frac{\sin\sigma_h - \sin\sigma}{\sin\sigma_h + \sin\sigma} \right|^{\beta_h} \operatorname{tang}\sigma \, d\sigma, \\ & l_k = \mu \int_{\sigma_{k-1}}^{\sigma_k} \prod_{h=1}^{n} \left| \frac{\sin\sigma_h + \sin\sigma}{\sin\sigma_h - \sin\sigma} \right|^{\beta_h} \operatorname{tang}\sigma \, d\sigma \qquad (k = 1, \ldots, n;\ \sigma_0 = 0). \end{aligned} \right.$$

Cette question ne fut étudiée jusqu'à présent que dans le cas où la courbure totale de ϖ est inférieure à $\pi/2$ ([3]). Un travail important de M. Friedrichs ([4]) nous permet de donner une extension considérable de cette théorie : les résultats ci-dessous ([5]) valent pour toutes les lignes ϖ de courbure totale inférieure à π.

I. Théorème 1 (*unicité locale*). — *Le déterminant*

$$\frac{D(y_0, l_1, \ldots, l_n)}{D(\mu, \sigma_1, \ldots, \sigma_n)}$$

n'est jamais nul quand $\mu > 0$, $0 < \sigma_1 < \ldots < \sigma_n < \pi/2$.

---

(1) Nous ferons correspondre aux points $f = -\infty$, $i\pi/2$, $+\infty$ les points $z = -\infty$, z_0, $+\infty$ et nous admettrons que dz/df tend vers des valeurs réelles pour $f = \pm\infty$.

(2) H. Villat, *Leçons sur l'Hydrodynamique*, p. 11 (Gauthier-Villars, 1929); U. Cisotti, *Idromeccanica piana*, 1, 1921, p. 18; 2, 1921, p. 254.

(3) A. Weinstein, *Math. Zeitschrift*, 31, 1929, p. 424.

(4) K. Friedrichs, *Ueber ein Minimumproblem* (*Math. Annalen*, 109, 1933, p. 60).

(5) Les démonstrations seront développées dans un Mémoire ultérieur.

Cette proposition a été ramenée [1] à la proposition auxiliaire suivante, indépendamment de toute hypothèse concernant la valeur de la courbure totale :

II. Théorème 2 (*unicité locale au sens restreint*). — *Il ne peut exister deux solutions infiniment voisines de notre problème qui correspondent à une même valeur de* μ.

La démonstration de ce théorème pour les courbures totales inférieures à π se déduit immédiatement de l'Appendice II du Mémoire de M. Friedrichs.

III. Les quantités μ, $\pi/2 - \sigma_n$, σ_1, $\sigma_{k+1} - \sigma_k$ $(k=1, \ldots, n-1)$ possèdent des *bornes inférieures et supérieures* positives, fonctions continues de la courbure totale et des données : $y_0, l_1, \ldots, l_n$.

IV. Théorème d'existence. — *La méthode de continuité classique déduit de* I *et* III *que le problème posé admet au moins une solution.*

V. *Unicité absolue*. — Appliquons la méthode de continuité en faisant varier les quantités $\beta_1, \ldots, \beta_n$; considérons-les à cet effet comme étant n nouveaux paramètres et n nouvelles inconnues; et adjoignons aux équations (1) les suivantes : $\beta_k = \beta_k$ $(k=1, \ldots, n)$. Nous avons, d'après I,

$$\frac{D(y_0, l_1, \ldots, l_n; \beta_1, \ldots, \beta_n)}{D(\mu, \sigma_1, \ldots, \sigma_n; \beta_1, \ldots, \beta_n)} \neq 0.$$

D'autre part l'unicité de la solution est assurée pour $\beta_1 = \ldots = \beta_n = 0$. Donc le problème étudié possède *une et une seule solution*.

Compléments. — Les théorèmes topologiques de M. Brouwer permettent de baser le théorème d'existence IV seulement sur les propriétés III et sur le fait que l'unicité est évidente pour $\beta_1 = \ldots = \beta_n = 0$. Le cas des parois courbes et non plus polygonales pose un autre problème dont l'inconnue est une fonction et non plus le système des $n+1$ nombres $\mu, \sigma_1, \ldots, \sigma_n$. Une extension récente des théories de M. Brouwer au domaine fonctionnel [2] permettra à l'un de nous d'appliquer la méthode de continuité à cet autre problème; en même temps sera indiquée une nouvelle réduction de I à II.

---

(1) A. Weinstein, *Rend. d. Accad. d. Lincei*, 5, série 6ª, 1927, p. 157.

(2) J. Leray et J. Schauder, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 115.

CALCUL GRAPHOMÉCANIQUE. — *Sur de nouveaux intégraphes et différenciateurs.* Note de M. **Paul Boisseau**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

En poursuivant nos recherches (¹) sur l'intégration mécanique, nous avons établi le principe suivant pour la construction de nouveaux intégraphes et différenciateurs :

Les courbes, lieux des points des tangentes et des normales à une courbe plane quelconque, d'où l'on voit les rayons vecteurs issus d'un pôle fixe sous des angles constants, sont telles que la première est semblable à la courbe intégrale de l'autre.

Prenant le pôle pour origine et une direction quelconque du plan pour axe polaire et désignant par (ρ_1, θ_1) les coordonnées du point d'une tangente d'où l'on voit le rayon vecteur ρ_M de la courbe (ρ_M, θ_M) sous l'angle β et par (ρ_2, θ_2) celles du point de la normale d'où ce rayon vecteur ρ_M est vu sous l'angle α, nous aurons les relations

$$\rho_2 = \frac{d\rho_1}{d\theta_1}\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}, \qquad \rho_M = \sin\beta\sqrt{\rho_1^2 + \left(\frac{d\rho_1}{d\theta_1}\right)^2},$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} + \alpha - \beta + \theta_1, \qquad \theta_M = \frac{\pi}{2} - \beta + \theta_1 + \text{arc tang}\frac{\frac{d\rho_1}{d\theta_1}}{\rho_1}.$$

Un cas particulier intéressant, en dehors de celui où $\alpha = \beta = \pi/2$, se présente lorsque $\alpha = \pi/2 + \beta$. Il donne lieu à un corollaire que l'on peut énoncer ainsi :

Un faisceau de droites d'inclinaison constante sur les tangentes d'une courbe plane quelconque détermine par ses points d'intersection avec ces tangentes d'une part, avec les normales de l'autre, des couples de courbes dont la première est semblable à la courbe intégrale de l'autre.

Nous indiquerons quelques propriétés des trois courbes

$$C_1(\rho_1, \theta_1), \quad C_2(\rho_2, \theta_2) \quad \text{et} \quad C_M(\rho_M, \theta_M) :$$

1° Les aires comprises entre ces courbes et deux rayons vecteurs correspondant aux angles θ_1 et θ_1' sont liées entre elles par la relation

$$\text{aire}\,C = \sin^2\beta\left(\text{aire}\,C_1 + \frac{\text{aire}\,C_2}{\sin^2\alpha} + \frac{1}{2}\left[\rho_1\frac{d\rho_1}{d\theta_1}\right]_{\theta_1'}^{\theta_1}\right),$$

(¹) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1863.

d'où découle, pour $\alpha = \beta = \pi/2$, la propriété connue des podaires fermées :

$$\text{aire } C = \text{aire } C_1 - \text{aire } C_2.$$

2° La longueur d'un arc s_M de la courbe C s'exprime en fonction des coordonnées de la courbe C_1 par la relation

$$\frac{s_M}{\sin\beta} = \left[\frac{d\rho_1}{d\theta_1}\right]_{\theta_1}^{\theta'_1} + \int_{\theta_1}^{\theta_1} \rho_1 \, d\theta_1$$

3° Les angles formés par les rayons vecteurs et les tangentes en deux points correspondants des courbes C et C_1 sont égaux.

Les intégraphes et différenciateurs que nous avons fondés sur ces principes sont constitués par des glissières orientables, pivotant autour d'un axe fixe, sur lesquelles se déplacent deux chariots portant deux tiges perpendiculaires l'une à l'autre. En leur point de rencontre est fixée une roulette-guide dans la direction de l'une d'entre elles. Lorsque le style fixé à l'un des chariots suit une courbe donnée C_2, le traçoir, commandé par l'autre, décrit une courbe semblable à l'intégrale de C_2 et inversement.

En complétant ces intégraphes par l'addition d'autres tiges se déplaçant suivant une loi cinématique déterminée $f(\rho_1, d\rho_1/d\theta_1, \theta_1) = 0$, on obtient des intégrateurs composés capables de tracer les courbes intégrales de certaines équations différentielles, telles que les équations linéaires du premier ordre et les équations de la forme générale $\varphi(d\rho_1/d\theta_1, V_1) = 0$.

Enfin ces intégrateurs peuvent fonctionner comme analyseurs harmoniques en permettant de déterminer les coefficients successifs des séries de Fourier.

Des modifications peuvent être apportées aux appareils en vue de les simplifier lorsqu'il s'agit de résoudre un problème particulier. Ainsi les deux chariots sont reliés par une seule tige de longueur variable guidée par une roulette fixée en son milieu dans le cas où l'on ne tient pas à tracer la courbe $C(\rho_M, \theta_M)$ à grande échelle.

Nous ferons connaître dans un autre Recueil les applications pratiques et les détails de construction de ces appareils.

ÉLASTICITÉ. — *Plaques minces chargées et comprimées.* Note (¹) de M. P. Sonier.

Considérons qu'une plaque chargée subit en outre une compression constante, N par unité de longueur, dans toute section perpendiculaire à Ox et également une compression constante, N' par unité de longueur, dans toute section perpendiculaire à Oy (coordonnées rectangulaires). La résultante de ces efforts sur un élément de la plaque présente une composante normale à la plaque du fait de la courbure élastique prise par celle-ci. Au point de vue de la flexion, tout se passe comme si la charge $p(x, y)$ par unité de surface était augmentée des quantités $-N\,d^2w/dx^2$ et $-N'd^2w/dy^2$. L'équation différentielle du déplacement élastique, w, normal à la plaque, devient ainsi

$$(1)\qquad \frac{EI}{1-\eta^2}\Delta\Delta w = p(x, y) - N\frac{d^2w}{dx^2} - N'\frac{d^2w}{dy^2}.$$

Ces termes en N et N' ne sont pas un obstacle à l'emploi de méthodes d'intégration du même genre que celles déjà utilisées pour les cas courants de plaques rectangulaires.

Dans le cas de Navier, par exemple (quatre bords appuyés $x=0$, $x=a$, $y=0$, $y=b$), la fonction de charge étant développée sous la forme

$$p(x, y) = \sum_m \sum_n K_{m,n} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b},$$

on a la solution générale

$$w = \frac{1}{\pi^2}\sum_m \sum_n \frac{K_{m,n}\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}}{\frac{\pi^2 EI}{1-\eta^2}\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2 - N\frac{m^2}{a^2} - N'\frac{n^2}{b^2}};$$

on saurait d'ailleurs transformer la série double en série simple dans les applications.

Mais le principal intérêt de cette théorie est de révéler les conditions de flambement des plaques.

On voit en effet que w augmente au delà de toute limite, dans le cas ci-dessus, quand, par exemple N' étant nul, N croît vers

$$\frac{\pi^2 EI}{(1-\eta^2)b^2}\left(\frac{mb}{a} + n^2\frac{a}{mb}\right)^2,$$

(¹) Séance du 8 janvier 1934.

et la plus petite valeur de cette expression s'obtient en prenant $n = 1$ et en choisissant m de façon à avoir

$$m^2 - m \leq \frac{a^2}{b^2} \leq m^2 + m.$$

Si a contient un nombre entier de fois b, le flambement se produit par ondes de demi-longueur égale à a et la compression qui le provoque est

$$N = \frac{4\pi^2 EI}{(1 - \eta^2) b^2}.$$

La question se complique un peu pour d'autres conditions aux limites sur les bords $y = 0$ et $y = b$. Il faut alors recourir à une méthode semblable à celle que créa Maurice Levy pour les plaques simplement chargées : cherchons à vérifier l'équation (1) par une fonction de la forme

$$w_\alpha = \varphi(y) \sin \alpha x,$$

pour une charge $p(x, y) = p_\alpha \sin \alpha x$. Nous obtenons $\varphi(y)$ en intégrant une équation différentielle linéaire du quatrième ordre; en posant $k = 1 - \eta^2 / 2EI\alpha^2$,

$$\varphi(y) = A \operatorname{sh} \frac{\beta y}{b} + B \operatorname{ch} \frac{\beta y}{b} + C \sin \frac{\gamma y}{b} + D \cos \frac{\gamma y}{b} + \frac{2 k p_\alpha}{\alpha^2(1 - 2kN)},$$

avec

$$\beta = b\alpha \sqrt{1 - kN' + \sqrt{2k(N - N') + k^2 N'^2}}$$

et

$$\gamma = b\alpha \sqrt{kN' - 1 + \sqrt{2k(N - N') + k^2 N'^2}},$$

A, B, C, D sont des constantes arbitraires qui se détermineront par les quatre équations linéaires fournies par les conditions aux limites.

Il y aura flambement, aussi faible que soit la charge, si le déterminant des coefficients de A, B, C, D dans ces équations est nul pour l'une des valeurs $m\pi / a$ attribuée à α.

J'ai appliqué cette méthode au cas du bord $y = 0$ fixé et encastré et du bord $y = b$ entièrement libre : dans l'hypothèse $N' = 0$, en posant $q = 2\beta\gamma / \beta^2 - \gamma^2$, la condition de flambement est

$$\frac{(1 - 2\eta) q^2 - \eta^2}{q} \operatorname{sh} \beta \sin \gamma + (q^2 + 2 - 2\eta + \eta^2) \operatorname{ch} \beta \cos \gamma + q^2 + 2\eta - \eta^2 = 0.$$

En supposant $\eta = 0,25$, le flambement le plus rapide correspond au cas où a est un nombre entier de fois $1,63 b$; cette dernière dimension est la

demi-longueur de l'onde de la déformation. La fatigue de compression qui provoque ce phénomène est $N/\varepsilon = 1,166 E \varepsilon^2/b^2$, ε étant l'épaisseur de la plaque (supposée homogène).

Les constructeurs de ponts métalliques admettent parfois comme limite de l'élancement des âmes flottantes des membrures : $b/\varepsilon = 40$. Cette règle empirique semble dangereuse car, pour $N/\varepsilon = 13^{kg}$ et $E = 21000$, elle n'assure qu'un coefficient de sécurité de 1,18.

HYDRODYNAMIQUE. — *Contribution à l'étude de la vibration d'une tige métallique immergée dans un liquide en régime transitoire.* Note [1] de M. **E. Crausse.**

L'étude des vibrations des cylindres droits à base circulaire immergés dans un liquide en mouvement en régime permanent, a été faite par M. P. Dupin [2]. Pour compléter cette étude, M. Camichel m'a conseillé d'examiner le cas des régimes de vitesse variable afin d'essayer de mettre en évidence l'existence de propriétés analogues à celles des machines possédant des vitesses critiques.

L'obstacle choisi est un cylindre droit à base circulaire en laiton ($D = 2^{mm}$, $L = 295^{mm}$), encastré par son extrémité inférieure, libre à l'autre extrémité et disposé verticalement dans un champ de vecteurs vitesses uniforme. Le liquide utilisé est l'eau ($T = 12^{\circ},8$C.). Dans les conditions de l'expérience, la vibration dans un plan normal à l'écoulement est seul observable. En régime permanent elle commence pour une vitesse $V_1 = 10,7$ cm/sec et cesse lorsque la vitesse dépasse $V_2 = 20,9$ cm/sec. Deux cas ont été envisagés : 1° la vitesse limite est constante et supérieure à V_2, la durée d'ouverture du robinet étant essentiellement variable; 2° la vitesse limite est différente dans chacun des cas mais comprise entre V_1 et V_2, la durée d'ouverture du robinet étant constante.

1° *Durée d'ouverture variable.* — La vitesse limite est, dans chaque cas, de 23,5 cm/sec environ, donc supérieure à la vitesse à partir de laquelle la tige cesse de vibrer en régime permanent. Dans chaque expérience (*fig.* 1) on note la loi de la variation de la vitesse ainsi que celle de l'amplitude du

---

(1) Séance du 8 janvier 1934.

(2) P. Dupin, *Étude expérimentale sur les tourbillons alternés de Bénard* (*Thèse de doctorat*, 21 juin 1930). Gauthier-Villars, Paris, et Édouard Privat, Toulouse, éditeurs.

mouvement de la tige en fonction du temps. On trouve que, lorsque la durée de l'ouverture du robinet est assez élevée, la tige entre en vibration,

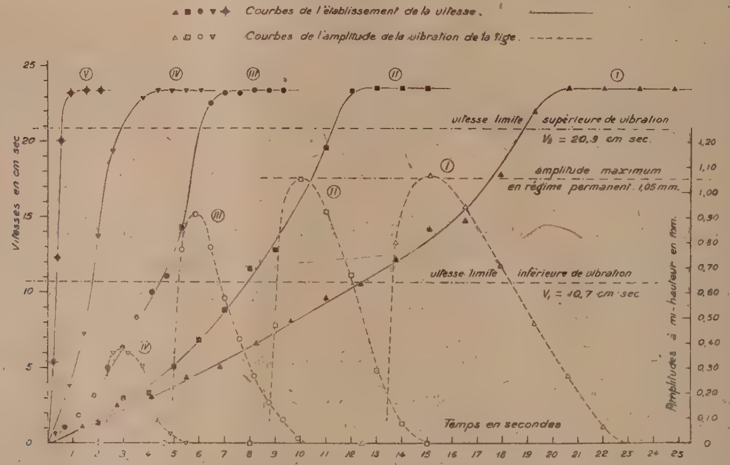


Fig. 1. — Courbes de l'établissement de la vitesse (trait uniforme) et de la variation de l'amplitude du mouvement d'une tige (trait pointillé) pour des durées d'ouverture différentes.

son amplitude croît, passe par un maximum et décroît ensuite plus lentement qu'elle n'a crû. Pour des durées de 20,5 secondes, et 12 secondes, le

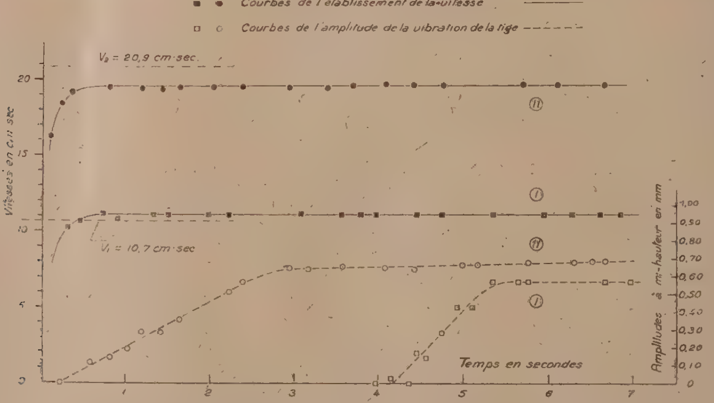


Fig. 2. — Courbes de l'établissement de la vitesse (trait uniforme) et de la variation de l'amplitude du mouvement d'une tige (trait pointillé) pour des vitesses limites différentes.

maximum atteint est égal au maximum de la vibration en régime permanent. Pour des durées plus faibles, soit 7 secondes et 4,5 secondes, la valeur de ce maximum diminue. Enfin, pour une durée plus faible encore

la tige n'entre plus en vibration; il y a donc une durée d'établissement de la vitesse au-dessous de laquelle la tige est protégée contre la mise en vibration.

2° *Vitesse limite variable.* — La durée d'ouverture étant dans chaque cas constante et voisine de 1/100e de seconde, deux expériences ont été réalisées. L'une correspond à une vitesse limite de 11,1 cm/sec, c'est-à-dire à peine supérieure à la limite inférieure de la vibration V_1; l'autre est caractérisée par une vitesse limite de 19,4 cm/sec, c'est-à-dire très légèrement inférieure à la limite supérieure de vibration V_2. On constate (*fig.* 2) que, dans le premier cas, la tige commence à vibrer 4 secondes environ après le début de la mise en vitesse, alors que la vitesse de régime permanent du fluide est atteinte presque immédiatement; dans le second cas, la tige entre au contraire en vibration très peu de temps, environ 1/4 de seconde, après le début de la mise en vitesse.

Conclusion. — On peut conclure de ce qui précède qu'il est possible, dans certains cas, d'éviter la mise en vibration d'un corps immergé dans un fluide en mouvement varié en créant une variation suffisamment rapide de la vitesse de ce fluide. Le cas étudié présente quelques analogies avec celui d'une machine possédant des vitesses critiques. Il est susceptible d'applications pratiques, par exemple, lors de la manœuvre des vannes d'un ouvrage renfermant des grilles.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur l'explication analytique des poches d'air.* Note [1] de M. C. **Popovici**, présentée par M. Henri Villat.

Nous allons montrer que, dans le mouvement permanent des fluides, *l'équilibre ne peut être stable, à moins que, autour de la position d'équilibre, il ne se forme une* POCHE DE VIDE. En effet, soit $x_i = 0$ $(i = 1, \ldots, n)$ en une telle position et

$$(1) \qquad u_i = \frac{dx_i}{dt} = a_1^i x_1 + \ldots + a_n^i x_n + \text{série convergente en } x_1, \ldots, x_n$$

les équations de ce mouvement. Supposons la densité aussi donnée par une série convergente

$$(2) \qquad \rho = \rho_0 + r_1 x_1 + \ldots + r_n x_n + \ldots.$$

L'équation de continuité nous montre que si $\rho_0 \neq 0$, alors *la somme des*

---

(1) Séance du 3 janvier 1934.

racines de l'équation déterminante du mouvement (1):

$$(1) \qquad D = \begin{vmatrix} a_1^1 - \lambda & a_2^1 & \dots & a_n^1 \\ \dots\dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n^1 & a_n^2 & \dots & a_n^n - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

est nulle. Soient $\lambda_k = \alpha_k + i\beta_k$ ces racines. D'après les travaux de Poincaré et Liapounoff, nous savons que : *a*. Si les $\alpha_k < 0$ l'origine des coordonnées est une position d'équilibre stable pour $t \to +\infty$. *b*. S'il existe dans le plan des λ une droite (de Poincaré) qui, passant par l'origine, laisse d'un seul côté tous les affixes des λ_k alors le mouvement est développable en série convergente suivant les puissances des $m_k e^{\lambda_k t}$ (les m_k : constantes qui fixent les conditions initiales).

Faisons maintenant la distinction entre : *stabilité de position et d'équilibre* et *stabilité de la trajectoire* suivant que la distance du mobile à la position d'équilibre ou (si la position d'équilibre est instable ou n'existe pas) à sa trajectoire initiale, est fonction continue des conditions initiales.

Alors, dans notre cas $\rho_0 \neq 0$, il résulte $\Sigma\lambda_k = 0$, donc :

1° L'origine est une position d'équilibre *instable* autant pour $t = +\infty$ que pour $t = -\infty$ [le mobile vient de loin et s'éloigne ([1])].

2° On ne peut rien affirmer, à priori, sur la stabilité de la trajectoire, parce que la droite de Poincaré n'existe pas.

3° Il ne peut exister ni stabilité de la position d'équilibre, ni stabilité des trajectoires que s'il se forme *poche de vide* autour de l'origine ([2]) (condition nécessaire pas suffisante).

4° S'il existe un potentiel de vitesses, l'origine joue le rôle d'un col parce que l'équation $D = 0$ devient séculaire ($a_k^i = a_i^k$) et aura toutes ses racines réelles. Le mouvement est irrotationnel.

Prenons le cas $n = 3$. Il existe pourtant un cas où les trajectoires peuvent être stables avec $\rho_0 \neq 0$. C'est le cas d'une racine λ nulle avec deux racines imaginaires conjuguées ([3]).

([1]) Ce cas $\rho_0 \neq 0$ nous explique ce phénomène : dans les rivières, même les plus rapides, on observe des régions presque tranquilles, si l'on y regarde une feuille, elle s'approche d'un point par des cercles qui se rétrécissent, comme pour y chercher un repos, puis s'en éloigne — équilibre instable.

([2]) Les aviateurs rencontrent, surtout dans les montagnes, ces poches de vide. Les propositions 1°, 2°, 3° sont vraies aussi pour le régime non permanent (à variation lente) autant que les inégalités sur lesquelles se basent ces propositions : soit $\alpha_k < 0$, soit que la droite de Poincaré existe, ne sont pas renversées.

([3]) J'ai étudié ce cas (voir *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 651).

Faisons maintenant une nouvelle distinction : Il peut exister *stabilité* GÉOMÉTRIQUE *sans stabilité* CINÉMATIQUE. Le mobile peut s'approcher de l'origine, mais : A avec une vitesse qui tend vers zéro et arc fini; B avec une vitesse qui tend vers zéro et arc infini; C avec une vitesse finie ou infinie [1]. Nous donnons ces résultats : Cas A, $\alpha_k < 0$. L'origine sera un foyer. Courbe de Jordan à variation totale finie pour $t \to \infty$. Si $\alpha_k \gtrless 0$, mais que la droite de Poincaré existe, les trajectoires sont stables. Cas B. Doute sur la stabilité. Si $n = 2$, $\lambda_1 = + i\beta$, $\lambda_2 = - i\beta$. Si l'on trouve des presque-cercles $c^2 = x + y^2 + \ldots$ tel que $d(c^2)/dt \leqq 0$, l'origine sera un centre, l'arc sera infini. Si $d(c^2)/dt = 0$ mouvement périodique. Si $d(c^2)/dt < 0$, le mobile s'approche de l'origine par spires. Arc infini, l'ordre de grandeur de r spires sera [2] $r^{1-\frac{1}{2(p-\theta)}}$, $0 < \theta < 1$. Pour $n = 3$ (et plus grand), s'il existe des surfaces presque ellipsoïdales $C^2 = x^2 + y^2 + c^2 z^2 + \ldots$ telles que : 1° soit $d(c^2)/dt = 0$, alors le mobile reste sur la surface, qui ne pourra admettre sur elle, ni foyers, ni centres limites. Le mobile parcourra, soit une trajectoire fermée, périodique, soit une trajectoire genre Peano, sans points multiples, remplissant une aire sur c^2 (stabilité à la Poisson); 2° si $dc^2/dt < 0$, le mobile s'approchera de l'origine en parcourant un arc *infini*.

MÉCANIQUE QUANTIQUE. — *Équations du mouvement d'un neutron.*

Note de M. **W. M. Elsasser**, présentée par M. L. de Broglie.

Les 16 opérateurs à quatre lignes et quatre colonnes qui se présentent dans la théorie de l'électron de Dirac peuvent être arrangés en différents groupes d'après leurs propriétés de covariance lors d'une transformation de Lorentz. Rappelons en particulier que les six grandeurs (notation de Dirac)

$$\rho_3 \vec{\sigma}, \quad \rho_2 \vec{\sigma}$$

forment un tenseur antisymétrique, les trois premières étant les composantes spatiales et les trois autres les composantes mixtes [3]. A l'aide de

(1) Si la vitesse est finie, l'étude se réduit aux cas A et B en faisant $u_i = u_i(0) + v_i$ v_i s'annulant à l'origine. Si la vitesse est infinie, ce cas ne regarde pas les équations (1), convergentes à l'origine.

(2) p sera le degré en x, y auquel s'arrête c^2.

(3) L. DE BROGLIE, *L'électron magnétique*, Chap. XIV (Paris, Hermann, 1933).

ces expressions on peut construire l'hamiltonien relativiste d'une particule non chargée, possédant cependant un moment magnétique propre. L'équation du mouvement a la forme

$$\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi}{\partial t} = p_0\Psi = \mathcal{H}\Psi = \left\{c\rho_1(\vec{\sigma}.\vec{p}) + \rho_3 mc^2 + \mu\rho_3(\vec{\sigma}.\vec{H}) - \mu\rho_2(\vec{\sigma}.\vec{E})\right\}\Psi.$$

Ici $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont les composantes du champ électromagnétique et μ donne la valeur absolue du moment magnétique de la particule; μ est positif si le moment magnétique peut être représenté comme produit par la rotation d'une charge positive tournant dans le sens du spin. Le signe moins dont est affecté le terme d'interaction électrique tient à ce que $\vec{p}$ étant un vecteur covariant, il faut, pour des raisons d'invariance, introduire dans l'équation les composantes covariantes du champ électromagnétique. L'invariance relativiste de l'hamiltonien se démontre exactement de la même manière que celle des équations ordinaires de Dirac. On effectue le passage à l'équation de Schrödinger en formant l'expression

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{2mc^2}(\mathcal{H} + p_0)(\mathcal{H} - p_0)\Psi \\ &= \left\{-\frac{1}{2mc^2}p_0^2 + \frac{1}{2m}(\vec{p})^2 + \frac{1}{2}mc^2 + \mu(\vec{\sigma}.\vec{H})\right\}\Psi + \text{petits termes.} \end{aligned}$$

La formule générale

$$\frac{dF}{dt} = \frac{2\pi i}{h}(\mathcal{H}F - F\mathcal{H}),$$

valable pour un opérateur F quelconque, donne les équations

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = c\rho_1\vec{\sigma}, \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}}{dt} &= \mu\rho_3 \,\text{grad}(\vec{\sigma}.\vec{H}) - \mu\rho_2\,\text{grad}(\vec{\sigma}.\vec{E}) \\ &= \mu\rho_3(\vec{\sigma}.\text{grad})\vec{H} + \mu\rho_3[\vec{\sigma}.\text{rot}\vec{H}] - \mu\rho_2(\vec{\sigma}.\text{grad})\vec{E} - \mu\rho_2[\vec{\sigma}.\text{rot}\vec{E}], \end{aligned} \tag{2}$$

$$\frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \frac{2\pi}{h}\left\{\rho_1[\vec{\sigma}.\vec{p}] + \mu\rho_3[\vec{\sigma}.\vec{H}] - \mu\rho_2[\vec{\sigma}.\vec{E}]\right\}. \tag{3}$$

La première de ces équations exprime le fait bien connu que les opérateurs α de Dirac correspondent à la vitesse classique. La deuxième est l'équation de Newton pour le mouvement d'un dipôle magnétique dans un champ non homogène, les deux derniers termes étant petits de l'ordre des

corrections relativistes, pourvu que la vitesse ne soit pas trop grande. La troisième équation décrit le mouvement du spin ; le premier et le troisième terme du second membre étant des corrections relativistes, ce mouvement consiste surtout en une précession du spin autour de la direction du champ magnétique.

Passons au théorème des aires. Si $\vec{E}$ a la forme particulière

$$E_x = x.F(\rho, z), \qquad E_y = y.F(\rho, z), \qquad E_z = E_z(\rho, z),$$

où $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, et si $\vec{H}$ a une forme analogue, on constate que la grandeur

$$M_z = m_z + \frac{1}{2}.\frac{h}{2\pi}\sigma_z = (xp_y - yp_x) + \frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}\sigma_z$$

commute avec l'hamiltonien. Si le champ a une symétrie sphérique et si $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont partout parallèles au rayon vecteur, l'opérateur

$$M_x^2 + M_y^2 + M_z^2$$

est une constante du mouvement. Cependant, l'expression

$$\rho_3\left\{(\vec{\sigma}.\vec{m}) + \frac{h}{2\pi}\right\},$$

bien connue de la théorie de Dirac, n'est constante en général qu'à la condition $\vec{H} = 0$.

Pour calculer le champ électromagnétique produit par une telle particule, nous définirons la densité de polarisation magnétique et électrique au moyen des formules

$$\vec{O} = \mu\psi^*\rho_3\vec{\sigma}\psi, \qquad \vec{P} = \mu\psi^*\rho_2\vec{\sigma}\psi.$$

Il est d'abord commode d'introduire la densité de charge libre et de courant libre correspondant à ce champ de polarisation. On le fait à l'aide des équations (¹) :

$$\rho = -\operatorname{div}\vec{P},$$
$$\vec{i} = \operatorname{rot}\vec{O} + \frac{1}{\sigma}\frac{\partial\vec{P}}{\partial t}.$$

A partir de ces dernières grandeurs, le champ électrique et magnétique se calcule comme à l'ordinaire.

(¹) J. Frenkel, *Elektrodynamik*, 1, 1925, p. 135 (Springer, Berlin).

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Transformation canonique d'équations de Lagrange sur le mouvement de plusieurs corps.* Note de M. N. Saltykow, présentée par M. Émile Borel.

H. Poincaré avait étudié la question sur l'introduction de variables de Lagrange, dites *usuelles*, pour la transformation des équations du mouvement (*Bull. astr.*, 1897). Les difficultés qu'avait signalées H. Poincaré (*Leçons de Mécanique céleste*, 1, n° 44) disparaissent si l'on abandonne les transformations tangentielles.

Considérons, dans ce but, les équations relatives de Lagrange (Tisserand, *Traité de Mécanique céleste*, 1, Chap. III)

$$(1)\quad \begin{cases} x_i'' + \dfrac{m_0 x_i}{r_i^3} + \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \dfrac{m_k x_k}{r_k^3} = \dfrac{1}{m_i}\dfrac{\partial U'}{\partial x_i} \\ y_i'' + \dfrac{m_0 y_i}{r_i^3} + \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \dfrac{m_k y_k}{r_k^3} = \dfrac{1}{m_i}\dfrac{\partial U'}{\partial y_i} \\ z_i'' + \dfrac{m_0 z_i}{r_i^3} + \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \dfrac{m_k z_k}{r_k^3} = \dfrac{1}{m_i}\dfrac{\partial U'}{\partial z_i} \end{cases} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

où l'on a posé

$$r_k^2 = x_k^2 + y_k^2 + z_k^2, \qquad U' = \sum_{i,j=1}^{n}\sum \frac{m_i m_j}{\Delta_{ij}},$$

$$\Delta_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2,$$

la sommation double étant étendue sur toutes les valeurs distinctes des indices i et j, à partir de 1 jusqu'à n.

Introduisons les $3n$ variables auxiliaires p_k, q_k, s_k $(k = 1, 2, \ldots, n)$ qui soient reliées avec les anciennes vitesses relatives par les formules

$$x_i' = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} p_k$$

$$y_i' = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} q_k \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

$$z_i' = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} s_k$$

où l'on a posé

$$A_{ik} = \frac{1}{B}, \quad k \geq i, \quad A_{ii} = \frac{1}{B}(1 + b_i), \quad b_i = \frac{m_0}{m_i},$$

B désignant une quantité constante arbitraire.

Le système (1) se transforme alors en système canonique d'équations différentielles ordinaires de la forme suivante

$$(2) \quad \begin{cases} x'_i = \dfrac{\partial H}{\partial p_i}, & y'_i = \dfrac{\partial H}{\partial q_i}, & z'_i = \dfrac{\partial H}{\partial s_i}, \\ p'_i = -\dfrac{\partial H}{\partial x_i}, & q'_i = -\dfrac{\partial H}{\partial y_i}, & s'_i = -\dfrac{\partial H}{\partial z_i} \\ & (i = 1, 2, \ldots, n), & \end{cases}$$

en posant

$$H = \frac{1}{B}\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{(1 + b_i)}{2}(p_i^2 + q_i^2 + s_i^2) + \sum\sum_{k, j=1}^{n} (p_k p_j + q_k q_j + s_k s_j) - B\left(\frac{1}{m_0}U' + \sum_{k=1}^{n} \frac{m_k}{r_k}\right)\right].$$

Le système (2) admet trois intégrales représentées sous la forme des intégrales des aires, à savoir :

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i q_i - y_i p_i) = C_1, \quad \sum_{i=1}^{n}(y_i s_i - z_i q_i) = C_2, \quad \sum_{i=1}^{n}(z_i p_i - x_i s_i) = C_3,$$

C_1, C_2, C_3 désignant trois constantes arbitraires.

Nous nous réservons de reprendre les équations obtenues (2) pour les appliquer aux problèmes de la Mécanique céleste.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur la variation de période du système double à éclipses R Canis Majoris*. Note [1] de M. J. **Ellsworth**, présentée par M. Ernest Esclangon.

I. On a déjà reconnu que la période de l'étoile double à éclipses R Canis Majoris était variable, sans pouvoir préciser jusqu'ici la loi de variation [2]. Nous avons rassemblé 89 minima actuellement connus, dont 14 déterminés à partir de nos observations, et nous les avons groupés en 21 minima nor-

---

(1) Séance du 22 décembre 1933.

(2) R. S. Dugan, *Contributions of Princeton Univ. Observatory*, **6**, 1924, p. 50.

maux. Une discussion qui paraîtra dans un autre Recueil montre qu'on peut les représenter par la formule sinusoïdale :

$$(1) \quad m = \text{J.J.}\,2410357^{\text{j}},6628 + 1^{\text{j}},13594440\,\text{E} + 0^{\text{j}},0203 \sin(246^\circ,70 + 0^\circ,025397\,\text{E})$$

avec une erreur probable de $\pm 0^{\text{j}},0085$.

II. Si l'on cherche à expliquer cette variation de période d'une durée de 44 ans par une rotation de la ligne des apsides, suivant la théorie classique de Tisserand, on trouve comme excentricité $e = 0,0561$.

Cette valeur est incompatible avec les observations spectroscopiques de Jordan ([1]) qui ont donné $e = 0,138$. A l'époque de ces observations ($\text{E} = 6700$) la longitude du périastre calculée d'après (1) aurait été $\omega = 237^\circ$, tandis que Jordan a trouvé $\omega = 196^\circ$.

Les observations photométriques de Wendell ($\text{E} = 3600$) ([2]) et de Dugan ($\text{E} = 10585$) ([3]) ont montré d'autre part que les minima secondaires étaient équidistants des minima principaux, ce qui conduit à supposer soit l'excentricité négligeable, soit la ligne des apsides dirigée suivant le rayon visuel. Ces deux hypothèses sont en contradiction avec la formule (1).

Ainsi la rotation de la ligne des apsides ne suffit pas à rendre compte de la variation sinusoïdale de la période.

III. Nous sommes conduits à envisager l'effet d'aberration causé par la translation du système double autour d'un troisième corps (théorie de Chandler). Cette translation entraînera aussi une rotation de la ligne des apsides, si nous admettons l'excentricité de Jordan, *et la variation de période résultera à la fois de l'effet d'aberration et de la rotation de la ligne des apsides.*

Comme un terme sinusoïdal suffit actuellement à représenter les observations, nous supposerons en première approximation que la translation du système double s'effectue suivant une orbite circulaire et que la rotation de la ligne des apsides a même période que la translation.

Le terme sinusoïdal prend la forme

$$(2) \qquad \text{M} \sin(x + \gamma) = \alpha \sin x + \beta \sin(x + a),$$

où α et β sont les coefficients d'aberration et de rotation, x la longitude du

---

([1]) S. C. Jordan, *Allegheny Observatory Publications*, **3**, 1916, p. 49.

([2]) O. C. Wendell, *Annals of the Harvard College Observatory*, **46**, 1903, p. 172; **69**, 1909, p. 66.

([3]) R. S. Dugan, *loc. cit.*

système double par rapport au troisième corps et a l'angle des apsides avec le rayon R du cercle. Le premier membre est donné numériquement par (1), les éléments spectroscopiques permettent de calculer $\beta \sin(x+a)$; on a donc le produit $\alpha \sin x$. On peut alors chercher à déterminer séparément chacun des deux facteurs de manière à représenter le mieux possible les observations spectroscopiques et photométriques. On aboutit aux deux solutions suivantes :

E.	ω_1 (translation directe).	ω_2 (translation rétrograde).
3600 (Wendell)	88°	274°
6700 (Jordan)	160	196
10585 (Dugan)	272	98

Le cas de la translation rétrograde (c'est-à-dire en sens inverse du mouvement relatif des deux composantes du système double) est seul acceptable. La valeur de ω_2 coïncide avec l'observation spectroscopique et la ligne des apsides était presque dans la direction du rayon visuel à l'époque des observations photométriques.

En associant ainsi l'effet d'aberration et la rotation de la ligne des apsides, on représente d'une manière très satisfaisante les résultats de la spectroscopie et de la photométrie.

IV. De la solution précédente on déduit en outre les résultats numériques :

$$R \sin i = 9,4 \text{ unités astronomiques},$$
$$\omega_0 = 150° \text{ pour } E = 0,$$
$$a = 25°.$$

Il paraît vraisemblable qu'un système double dont la période est voisine de 1 jour et dont les deux composantes sont distantes d'environ 0,003 unité astronomique, décrive en 44 ans une orbite d'une dizaine d'unités astronomiques de rayon.

NAVIGATION. — *Sur l'emploi des relèvements radiogoniométriques à grande distance.* Note (1) de M. **Florian La Porte**, transmise par M. E. Fichot.

L'emploi des relèvements radiogoniométriques dans la navigation maritime ou aérienne se heurte à la difficulté provenant de ce que ces relè-

(1) Séance du 22 janvier 1934.

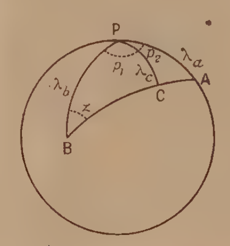
vements, constitués par des arcs de grand cercle de la sphère, ne peuvent être représentés par des lignes droites sur les cartes de Mercator.

Divers procédés, basés sur la correction dite *de Givry*, ont été indiqués et sont en usage. Ils sont plus ou moins approchés et ne peuvent s'appliquer lorsque le radiophare est à une très grande distance, cas qu'il faut de plus en plus prévoir.

La méthode suivante s'appliquerait à tous les cas, avec des calculs assez simples.

Soient λ_a la colatitude et G_a la longitude — données par les cartes ou le livret des phares — du poste A émettant le signal perçu en B dans l'azimut Z_b par un navire ou un avion.

Cherchons en quel point l'arc de grand cercle correspondant rencontre



un parallèle de latitude déterminée, par exemple, celui qui correspond au point estimé (colatitude λ_b).

La considération des deux triangles sphériques rectangles formés par le grand cercle PC mené du pôle perpendiculairement à AB fournit les trois équations suivantes où λ_c est la colatitude du point C de rencontre avec AB et où p_1, p_2 sont les deux angles au pôle de ces triangles :

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \cot p_1 &= \cos\lambda_b \tang Z_b,\\ \sin\lambda_c &= \sin\lambda_b \sin Z_b,\\ \cos p_2 &= \tang\lambda_c \cot\lambda_a,\end{aligned}\right.$$

équations auxquelles il convient d'ajouter la relation connue

$$\tang\varphi = \tang M \cos\lambda_b$$

qui fournit l'angle φ que fait en B la courbe d'égal azimut avec le grand cercle BA.

La somme algébrique $p_1 + p_2$ donne l'angle M mesurant la différence de longitude entre le poste A et le point où l'arc AB rencontre le parallèle de colatitude λ_b.

On portera le point correspondant à λ_b et à M sur la carte de navigation et l'on mènera de ce point une droite faisant avec le méridien l'angle $Z_b + \varphi$.

On aura ainsi un lieu de la position du navire, à condition, bien entendu, que le point déterminé par les équations (1) soit assez voisin du point cherché pour qu'on puisse confondre sur la carte la courbe représentative de l'arc de grand cercle avec sa tangente.

Le « droite azimutale » ainsi obtenue pourra être combinée soit avec une « droite de hauteur » provenant d'une observation astronomique, soit avec un autre relèvement radiogoniométrique; l'intersection de ces deux droites donnera le point exact cherché.

Une méthode analogue peut s'appliquer au cas où l'on connaîtrait non plus l'azimut en B, mais l'azimut Z_a dans lequel le poste A relève le navire ou l'avion.

En cherchant l'intersection de l'arc AB non plus avec un parallèle mais avec un méridien déterminé M, on obtient un nouveau système d'équations (2) :

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} \sin\lambda_c &= \sin\lambda_a \sin Z_a,\\ \cot p_2 &= \cos\lambda_a \operatorname{tang} Z_a,\\ p_1 &= M - p_2,\\ \operatorname{tang}\lambda_b &= \frac{\operatorname{tang}\lambda_c}{\cos p_1},\\ \cos Z_b &= \cos\lambda_c \sin p_1, \end{aligned}\right.$$

équations qui donnent la colatitude λ_b du point où l'arc de grand cercle AB rencontre le méridien M et l'azimut Z_b en ce point.

On continuerait comme précédemment.

NAVIGATION. — *Géométrie du navire. Extension de la méthode métacentrique par emploi de tronçons métacentriques.* Note de M. **E. Barrillon**, présentée par M. d'Ocagne.

L'étude de la stabilité du navire flottant librement, ou échoué, comprenant ou non un chargement liquide, conduit à considérer un système de forces parallèles entre elles mais de direction et d'intensité variable. A une position d'équilibre correspond, dans le cas le plus général, une série de points A appartenant respectivement à chacune des flottaisons interne ou externe, et chaque flottaison coupe la flottaison infiniment voisine suivant une droite passant par le point A correspondant. Le plan voisin le plus

général dépend ainsi de deux paramètres, l'un φ angle fini définissant la direction de la trace ou arête passant par A, l'autre θ angle infiniment petit compris entre les deux positions successives de chaque flottaison. Les angles φ et θ sont les mêmes pour les ensembles de flottaisons simultanées.

La méthode métacentrique groupe d'abord les positions de φ constant puis remplace chaque force par une force égale passant par un métacentre. L'ensemble des résultats obtenus se ramène à trois propriétés générales : *a*. la définition du métacentre individuel à φ constant; *b*. la variation du métacentre en fonction de φ, conduisant à la notion de tronçon métacentrique; *c*. la combinaison des tronçons métacentriques.

L'étude d'un métacentre individuel à φ constant n'est qu'un cas particulier de *c* et résulte de la propriété suivante :

Étant données deux forces $A_1 + B_1\theta + \ldots$ ayant un métacentre individuel M_1, $A_2 + B_2\theta + \ldots$ ayant un métacentre individuel M_2, la résultante de ces deux forces a pour métacentre le point situé au-dessus du centre de gravité des métacentres individuels (M_1 affecté d'un poids A_1 et M_2 affecté d'un poids A_2) et à une distance de ce centre de gravité égale à

$$(b) \qquad H = \frac{B_2 A_1 - A_2 B_1}{(A_1 + A_2)^2}(y_2 - y_1),$$

$y_2 - y_1$ étant la distance horizontale entre les deux forces parallèles que l'on compose. Le métacentre d'une poussée unique s'obtient en faisant $A_1 = W$ (volume de carène); $B_1 = 0$, $A_2 = 0$, $B_2 = m_A$ (moment de la surface de flottaison par rapport à l'arête),

$$y_2 - y_1 = \frac{I_A}{m_A} - y_c$$

(I_A, moment d'inertie de la flottaison; y_c, distance de la droite de poussée à l'arête).

Par suite, dans ce cas,

$$(a) \qquad H = \frac{I_A - m_A y_c}{W}.$$

Ce cas particulier résout la question (*a*). Dans le cas encore plus particulier du problème isocarène on retrouve la valeur I_A/W définissant le métacentre de Bouguer.

Dans la formule générale (*b*), A_1 et A_2 sont indépendants de φ mais B_2,

B_1, $y_2 - y_1$ sont des fonctions de φ. On voit de suite que H est ainsi une fonction de φ de la forme

$$\alpha \cos^2\varphi + \beta \sin\varphi \cos\varphi + \gamma \sin^2\varphi = h' + \alpha' \cos(2\varphi - \Phi),$$

ce qui conduit à définir l'ensemble des positions du métacentre comme un tronçon métacentrique dont la position est celle de la résultante, et les éléments l'amplitude $2\alpha'$, la phase Φ et l'altitude moyenne h'.

La combinaison des tronçons métacentriques se fait ainsi : la position du tronçon résultant s'obtient comme dans la composition des forces, de même pour l'altitude h'. L'amplitude et la phase s'obtiennent par la règle suivante : on construit un triangle dont deux côtés adjacents en Ω sont les amplitudes des tronçons composants et dont l'angle compris entre ces côtés est la différence de phase des tronçons composants. Sur le côté opposé on prend le point qui divise ce côté en parties inversement proportionnelles aux intensités A_1, A_2. En joignant ce point à Ω on obtient l'amplitude et la phase du tronçon métacentrique résultant.

Par l'application des règles précédentes on traite, par une méthode uniforme tous les problèmes de stabilité d'équilibre du navire : les forces de poussée et les réactions d'appui sont combinées par la méthode des tronçons métacentriques et la condition de stabilité s'énonce uniformément par la règle connue relative au corps flottant librement. Lorsque la seule force autre que celles spécifiées à l'instant même est le poids P, les composantes ont une somme constante. Dans le cas du navire échoué sur une partie courbe de sa carène, on aura par exemple $A_1 + A_2 = P$ et $B_1 + B_2 = 0$, la formule (b) se réduit alors à

$$H = y_c \frac{B_2}{P}.$$

Les deux forces autres que le poids sont la poussée $\varpi W + \varpi m_A \theta$ dont le métacentre M est à $I_A - m_A y_c / W$ au-dessus du centre de carène et la réaction du sol $P - \varpi W - \varpi m_A \theta$ dont le métacentre est le centre de courbure ω du cylindre circonscrit à la carène au point de contact pour chaque valeur de φ ; le métacentre général des poussées et de la réaction du sol est à une hauteur $y_c \times \varpi m_A / P$ au-dessus de la droite ωM.

Dans le cas des citernes intérieures, comme dans tous les cas isocarènes les B sont nuls.

L'application de la méthode des tronçons métacentriques permet de traiter complètement des problèmes qui jusqu'ici n'avaient été abordés que dans des cas où des symétries dans les données permettent de se limiter à

des problèmes à deux dimensions. En particulier, le cas du navire avec citernes intérieures quelconques n'avait jusqu'ici été traité que dans le cas de φ constant.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Mécanique quantique des photons. Approximation de Pauli.* Note (1) de M. **Al. Proca**, présentée par M. L. de Broglie.

Le mouvement d'un photon, considéré comme une particule de masse et de charge nulles, sera décrit par les équations de Dirac

$$\partial_l^{\dot\sigma}\psi_{\dot\sigma}=0, \qquad \partial_{\dot s}^{\lambda}\chi_\lambda=0. \tag{1}$$

Le problème consiste à trouver, comme dans nos précédentes Notes (2), l'expression des composantes du champ lumineux correspondant. Le principe fondamental utilisé est le suivant : l'impossibilité de réaliser une synthèse entre la théorie de Maxwell et la théorie de Dirac vient du fait qu'on peut développer l'une d'elles, la première, sans faire aucunement appel aux spineurs, tandis qu'il n'en est pas de même pour la seconde. Si donc nous voulons relier $\psi_{\dot\sigma}$, χ_λ au champ e, h, il faudra utiliser d'autres *spineurs*, qui, convenablement combinés avec les premiers, fourniront des grandeurs se transformant correctement. Ces nouveaux spineurs nous seront donnés par la « décomposition » du vecteur $\partial_r (r=0, 1, 2, 3)$:

$$\frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z}, \quad \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}.$$

Avant d'indiquer la solution générale, il n'est pas inutile d'examiner le problème dans le cas où l'on se bornerait à décrire la particule par *deux* composantes seulement $\psi_1, \psi_2 (\chi_\lambda \equiv 0)$. Ce traitement ne saurait être rigoureux (3); il constitue cependant une véritable approximation, tandis que celui que nous avons déjà décrit dans nos Notes antérieures n'en est pas une.

A cette approximation, on peut réaliser la décomposition du vecteur précédent au moyen d'*un sel spineur* u_s, par

$$\partial_1+i\,\partial_2=u_{\dot 2}\,u_1, \quad \partial_1-i\,\partial_2=u_{\dot 1}\,u_2, \quad -\partial_0+\partial_3=u_{\dot 1}\,u_1, \quad -\partial_0-\partial_3=u_{\dot 2}\,u_2. \tag{3}$$

(1) Séance du 15 janvier 1934.

(2) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1725, et **198**, 1934, p. 54.

(3) W. Pauli, *Handbuch der Physik*, **24**-1, 1933, p. 226.

Pour avoir des formules symétriques, on peut prendre

$$(4)\qquad u_1=\sqrt{\partial_1+i\,\partial_2}\sqrt[4]{\frac{-\partial_0+\partial_3}{-\partial_0-\partial_3}}\,e^{i\varepsilon},\qquad u_2=\sqrt{\partial_1-i\,\partial_2}\sqrt[4]{\frac{-\partial_0-\partial_3}{-\partial_0+\partial_3}}\,e^{i\varepsilon},$$

où les symboles $\sqrt{\ldots}$ ont la signification que nous leur avons donnée ([1]) et où nous supposerons, comme précédemment, que ε représente un angle arbitraire. Cela étant, pour avoir des grandeurs se transformant comme le champ électromagnétique, il suffira, ainsi que l'ont montré Laporte et Uhlenbeck ([2]), de former un spineur symétrique du second rang. Or, la manière la plus simple de former un pareil spineur au moyen de u_s et de ψ_1, ψ_2 consiste à prendre

$$(5)\qquad g_{\dot r\dot s}=\frac{1}{2}(u_{\dot r}\psi_{\dot s}+u_{\dot s}\psi_{\dot r}).$$

Dans ce cas, le champ est donné par

$$(6)\qquad \begin{cases} e_1+ih_1=\frac{1}{4}(u_1\psi_1-u_2\psi_2), \qquad h_2+ie_2=\frac{1}{4}(u_1\psi_1+u_2\psi_2),\\ e_3-ih_3=\frac{1}{4}(u_1\psi_2-u_2\psi_1). \end{cases}$$

Ce champ satisfait aux équations de Maxwell $\partial^{\dot l}_{l}g_{\dot r\dot s}=0$, *si* $\psi_{\dot\sigma}$ *satisfont à celles de Dirac*. En effet, on a $\partial^{\dot l}_{l}g_{\dot r\dot s}=0$, puisque

$$(7)\qquad \partial^{\dot l}_{l}g_{\dot r\dot s}=\frac{1}{2}u^{\dot r}u_l(u_{\dot r}\psi_{\dot s}+u_{\dot s}\psi_{\dot r})=\frac{1}{2}u_l(u^{\dot r}u_{\dot r})\psi_{\dot s}+\frac{1}{2}u_{\dot s}\partial^{\dot l}_{l}\psi_{\dot r}\equiv 0$$

en vertu de la commutabilité des u_s et de l'identité $u^{\dot r}u_{\dot r}\equiv 0$.

Considérons un photon d'*énergie positive* se propageant le long de l'axe Ox :

$$(8)\qquad \psi_\sigma=H_\sigma e^{i(px-Wt)}\qquad (W>0).$$

En calculant les champs au moyen de (6), on constate que la lumière correspondante se propagera dans la même direction que le photon et qu'elle sera *polarisée circulairement* dans un sens bien déterminé.

Comment se comportera la lumière correspondant à un photon d'*énergie négative ?* L'approximation de Pauli ne permet pas le calcul de la lumière correspondant à des photons ayant les uns des énergies positives et les

---

([1]) *Loc. cit.*

([2]) *Physical Review*, 37, 1931, p. 1380.

autres des énergies négatives. Il faut pour cela passer à la théorie exacte, nous constaterons qu'*un photon correspond toujours à une lumière polarisée circulairement, dans un certain sens si l'énergie est positive, et en sens contraire si l'énergie est négative*. Puisque l'expérience nous apprend que l'on peut réaliser, par superposition, une lumière polarisée linéairement, on voit qu'il est *indispensable* d'introduire, dans les calculs, des photons d'énergie négative. Sur ce point, la théorie que nous développons est très satisfaisante; l'apparition inévitable des énergies négatives, loin d'être une difficulté de la théorie, en constitue au contraire un élément essentiel.

Enfin, ces développements relatifs aux photons nous suggèrent l'interprétation suivante des énergies négatives d'une particule quelconque, photon ou électron, interprétation dont nous nous proposons de vérifier l'exactitude :

L'*énergie d'une particule* ne peut être, pour nous, au moins avec nos habitudes d'esprit actuelles, qu'une *quantité essentiellement positive*; *son signe + ou — indique le sens de rotation, droit ou gauche, de certaines composantes d'un champ (du type ψ) attaché à cette particule*. S'il s'agit d'un photon, ce champ est le champ électromagnétique de Maxwell; s'il s'agit d'un électron, ce champ dérive de la fonction d'onde ψ et mérite une étude particulièrement approfondie.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie des corpuscules élémentaires.* Note [1] de M. L. **Goldstein**, présentée par M. L. de Broglie.

Les problèmes fondamentaux de la Physique peuvent être divisés en deux classes. L'une de ces classes contient les problèmes relatifs à la *stabilité* propre, intrinsèque des éléments primaires, à leur *structure*. Dans la seconde classe se rangent les problèmes qui se posent au cours de l'étude du *comportement* des éléments primaires (corpuscules, par exemple), sous l'influence des actions extérieures et, en particulier, au cas limite des actions extérieures nulles. Cette classification des problèmes de la Physique est assez arbitraire, mais elle est utile, ce qui permet de la justifier dans une certaine mesure. On sait, en effet, que la seconde classe des problèmes indiquée constitue seule actuellement la Physique atomique, et l'ignorance des solutions éventuelles des problèmes de stabilité intrinsèque n'y devient

---

(1) Séance du 15 janvier 1934.

gênant que dans le cas limite où des caractéristiques essentielles des actions extérieures prennent de telles valeurs pour lesquelles les possibilités d'idéalisation conduisant aux éléments primaires ou corpuscules cessent d'être univoques.

Actuellement certains des problèmes atomiques de seconde classe ont reçu une solution dans les cadres de la théorie relativiste des quanta proposée par Dirac. Cette théorie représente, on le sait, les limites les plus avancées des connaissances que l'on possède sur cette classe de problèmes. L'étude de la stabilité de la structure interne des éléments fondamentaux n'a pas été abordée encore. Il y a cependant une voie que l'on peut suivre dans cet ordre d'idées. En effet, une théorie fournissant un ensemble cohérent d'explications de faits peut conduire à *octroyer*, du dehors, certaines propriétés intrinsèques aux éléments primaires, propriétés pouvant être de grande importance. Un exemple particulièrement intéressant nous est fourni par la théorie de l'électron dans les cadres de l'Électromagnétisme classique. Ici on est amené à délimiter une région de l'espace en dehors de laquelle seulement il est justifié de regarder l'électron comme un point matériel chargé. On est donc amené à admettre un *rayon* électronique dont le rôle fondamental en physique atomique est bien connu.

Nous nous sommes proposé de rechercher si la théorie de Dirac ne conduit pas à une propriété intrinsèque des éléments dont elle peut décrire le comportement sous l'influence de certaines actions extérieures et en particulier dans le cas d'une action extérieure nulle. Ce dernier cas seul sera traité ici. On sait, en effet, que si l'on admet la validité de la relation

$$\frac{W^2}{c^2} = \Sigma p_i^2 + m^2 c^2, \tag{1}$$

fournie par la théorie de la Relativité restreinte pour l'énergie W d'un corpuscule *libre*, de masse au repos m et de composantes cartésiennes d'impulsion $p_i (i = 1, 2, 3)$, c étant la vitesse de la lumière dans le vide et, si l'on veut obtenir l'équation d'onde associée à ce corpuscule dont l'énergie est donnée par (1), conduisant à une expression de la densité de probabilité de présence *définie positive*, compte tenu du principe ondulatoire de la décomposition spectrale, on doit prendre, d'après Dirac, l'équation linéaire

$$\left\{ \frac{W}{c} + \sum_{i=1}^{3} \alpha_i p_i + \alpha_4 m c \right\} \Psi(x_i, t) = 0, \tag{2}$$

où les α_i, α_4 et Ψ représentent des matrices hermitiques de quatrième rang

au moins. On sait que cette équation attribue au corpuscule considéré une propriété fondamentale ayant les dimensions d'un *moment cinétique* et interprétable comme tel; sa valeur numérique absolue étant $h/4\pi$ (h est la constante de Planck).

On peut alors se poser le problème suivant : étant donné un corpuscule de masse au repos m et de moment cinétique intrinsèque de grandeur numérique donnée $sh/2\pi$ (s est un nombre entier ou demi-entier y compris zéro); trouver l'équation d'onde relativiste du type (2) associée à ce corpuscule *libre* et qui soit aussi conforme aux principes indiqués plus haut. Il résulte de considérations élémentaires que les matrices α et Ψ doivent être ici d'un rang égal au moins à $2(2s+1)$. Or, il se trouve que de telles matrices α du type figurant en (2) n'existent pas. La démonstration ne peut être donnée ici, faute de place; nous ne donnons que le résultat auquel on est amené :

Théorème I. — *L'introduction du quantum d'action h en Relativité restreinte en vue d'obtenir l'équation d'onde associée à un corpuscule de masse au repos m, libre, d'impulsion d'Univers* $(\vec{p}, \mathrm{W}/c)$, *conforme : aux relations de de Broglie* $(\mathrm{W}=h\nu, \vec{\lambda}\vec{p}=h)$, *au principe ondulatoire de la décomposition spectrale et conduisant à une expression définie positive de la probabilité de présence, procédé de Dirac, amène à attribuer à ce corpuscule une propriété fondamentale susceptible d'être interprétée comme le moment cinétique intrinsèque unique de ce corpuscule dont la grandeur numérique absolue est* $h/4\pi$.

Corollaire. — *On ne peut associer à aucun corpuscule de masse au repos donnée et de moment cinétique intrinsèque différent en valeur absolue de* $h/4\pi$ *une équation d'onde relativiste conforme aux principes énumérés dans le théorème I.*

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la conductibilité des films métalliques dans un champ électrique.* Note (¹) de M. **Eligio Perucca**, présentée par M. A. Cotton.

Un film métallique très mince peut être chargé électrostatiquement sur sa surface par un champ électrique extérieur normal à cette surface. La conductibilité du film varie-t-elle avec la charge électrique superficielle, c'est-à-dire avec le champ électrique extérieur?

(¹) Séance du 15 janvier 1934.

Perkins [1] a trouvé une très faible variation.

Pierucci [2] croit pouvoir conclure de ses expériences très soignées qu'il y a une variation très petite de conductibilité, de l'ordre du cent-millième, pour une couche de tungstène ayant une résistance d'à peu près 1600 ohms. Il y a une augmentation de conductibilité si la charge est négative, une diminution si elle est positive.

S'il y a un tel effet, il doit être particulièrement notable dans les films extrêmement minces, où la couche métallique superficielle isolante [3] joue un rôle considérable. J'ai déjà fait quelques mesures dans cette direction en 1930, mais c'est seulement pendant les derniers mois que M. Deaglio a pu achever des expériences sur ce sujet. Voici les résultats qui ne s'accordent pas du tout avec ce qu'on pouvait prévoir.

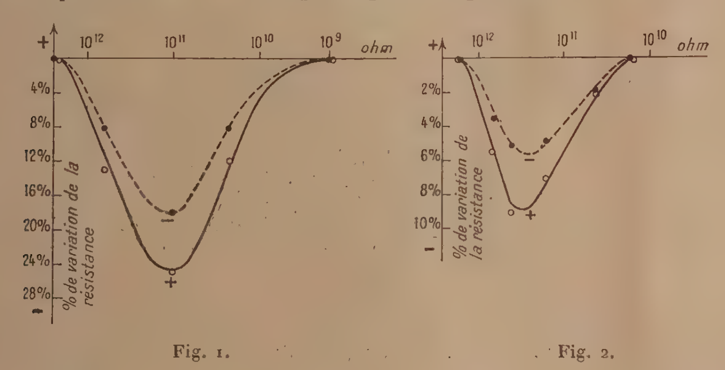


Fig. 1. Fig. 2.

On a employé des films obtenus par projection cathodique dans l'air, films d'or et de platine sur fil de quartz fondu (longueur 50^{mm}, diamètre $0^{mm},5$). Le fil était métallisé à peu près sur la moitié de la surface cylindrique.

Les mesures avec et sans champ électrique étaient effectuées dans le vide d'une pompe Holweck.

Le champ électrique n'étant pas uniforme, je donnerai les valeurs de la différence de potentiel qui était appliquée entre le film et une plaque électrode parallèle au film et à la distance de 2^{cm}; c'était cette même plaque qui avait servi comme cathode pour obtenir le dépôt métallique.

Les figures 1 et 2 donnent les variations de résistance avec la résistance

---

(1) *Phys. Rev.*, **25**, 1925, p. 584, et *J. de Physique*, 6e série, **4**, 1923, p. 246-256.

(2) *N. Cim.*, **9**, 1932, p. 33.

(3) *Ann. der Phys.*, **4**, 1930, p. 252.

du film. Après chaque série de mesures on reprenait la projection cathodique pour augmenter l'épaisseur du film et, par conséquent, sa conductibilité.

La figure 3 donne la variation de résistance d'un film d'épaisseur constante, lorsque la différence de potentiel extérieur, et par suite le champ extérieur, variait.

On a un effet notable seulement pour des films de résistance comprise entre 5.10^9 et 2.10^{12} ohms environ pour le platine, et entre 3.10^{10} et 2.10^{12} ohms pour l'or.

L'effet est réversible : il s'annule avec le champ électrique qui le produit.

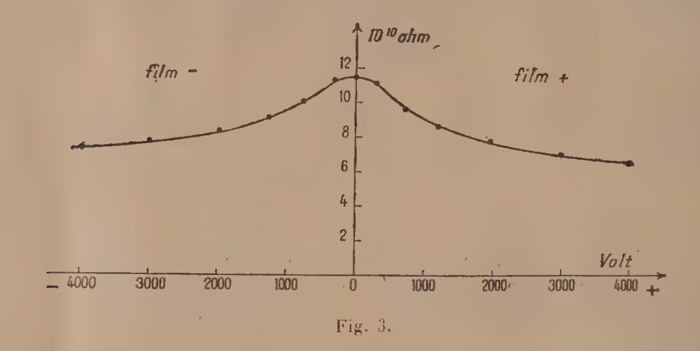


Fig. 3.

L'effet est toujours une augmentation de conductibilité produite par les champs extérieurs; la résistance sous une différence de potentiel de 4000 volts créant le champ extérieur a présenté une diminution qui a atteint jusqu'à 40 pour 100 (*fig.* 3).

L'effet est asymétrique; l'augmentation de conductibilité est plus grande lorsque le film est positif, contrairement à ce qu'aurait fait prévoir le résultat de M. Pierucci.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Méthode générale de calcul des réseaux électriques à haute tension interconnectés en régime permanent équilibré.* Note de M. Ch. Lavanchy, transmise par M. André Blondel.

Dans le cas le plus général, un réseau électrique est constitué par n sommets, auxquels peuvent être appliquées des charges ou des génératrices indépendantes, et par un certain nombre de circuits généraux (comprenant résistances, réactances, capacités et conductances) reliant ces sommets. On

démontre qu'un tel réseau peut être ramené à un réseau fictif à deux sommets seulement, réunis par un seul circuit général, en faisant usage des deux théorèmes suivants de transfiguration.

Théorème I. — *Soit, dans un réseau quelconque, une étoile à n branches* S_0S_1, S_0S_2, …, S_0S_n, *et appelons* $\overline{Y}$, $\overline{\beta}_1$, $\overline{\beta}_2$, …, $\overline{\beta}_n$ *leurs impédances et* $\overline{Y}_0$ *l'admittance appliquée à son centre* (constantes complexes).

Cette étoile peut être remplacée, sans modifier le réseau, par un réseau polygonal maillé formé de $(n-1)n/2$ impédances $\overline{B}_{12}$, $\overline{B}_{23}$, …, reliant chaque paire de points S_1, S_2, …, S_n (S_0 étant éliminé) et de n admittances $\overline{Y}'_1$, $\overline{Y}'_2$, …, $\overline{Y}'_n$ appliquées respectivement aux points S_1, S_2, …, S_n (S_0 étant éliminé). Ces impédances et ces admittances sont données par les expressions suivantes, les doubles indices des impédances indiquant les points reliés (¹).

$$(1)\qquad \overline{B}_{12}=\overline{\beta}_1\overline{\beta}_2\left[\sum_1^n\frac{1}{\overline{\beta}}+\overline{Y}_0\right];\qquad \overline{B}_{23}=\overline{\beta}_2\overline{\beta}_3\left[\sum_1^n\frac{1}{\overline{\beta}}+\overline{Y}_0\right];\qquad \ldots;$$

$$(2)\qquad \overline{Y}'_1=\frac{\overline{Y}_0}{\overline{\beta}_1}\,\frac{1}{\displaystyle\sum_1^n\frac{1}{\overline{\beta}}+\overline{Y}_0};\qquad \overline{Y}'_2=\frac{\overline{Y}_0}{\overline{\beta}_2}\,\frac{1}{\displaystyle\sum_1^n\frac{1}{\overline{\beta}}+\overline{Y}_0};\qquad \ldots$$

avec

$$(3)\qquad \sum_1^n\frac{1}{\overline{\beta}}=\frac{1}{\overline{\beta}_1}+\frac{1}{\overline{\beta}_2}+\ldots+\frac{1}{\overline{\beta}_n}.$$

Théorème II. — *La tension* $\overline{U}_0$ *du centre de l'étoile se déduit des tensions* $\overline{U}_1$, $\overline{U}_2$, …, $\overline{U}_n$ *des sommets* s_1, s_2, …, s_n *par les relations*

$$\overline{U}_0=\frac{\dfrac{\overline{U}_1}{\overline{\beta}_1}+\dfrac{\overline{U}_2}{\overline{\beta}_2}+\ldots+\dfrac{\overline{U}_n}{\overline{\beta}_n}}{\displaystyle\sum_1^n\frac{1}{\overline{\beta}}+\overline{Y}_0}=\overline{U}_1\frac{\overline{Y}'_1}{\overline{Y}_0}+\overline{U}_2\frac{\overline{Y}'_2}{\overline{Y}_0}+\ldots+\overline{U}_n\frac{\overline{Y}'_n}{\overline{Y}_0}.$$

Chaque circuit général du réseau est préalablement décomposé en son

(¹) Le théorème donné par M. Rosen (*The Journal of the Institution of Electrical Engineers*, novembre 1924), résumé dans l'Ouvrage de M. A. Blondel, *Courants alternatifs*, 1933, p. 242, peut être considéré comme un cas particulier de celui-ci obtenu en posant $\overline{Y}_0=0$.

circuit équivalent en π; on reporte ainsi les admittances aux sommets, ne conservant que les impédances $\overline{\beta}$ dans les branches. Puis, appliquant $(s-2)$ fois la transfiguration énoncée par le théorème I, on transforme ainsi le réseau réel à s sommets en un circuit général fictif unique reliant les deux sommets conservés.

On effectue ensuite le calcul des tensions en amplitude efficace et en phase à ces deux nœuds conservés pour diverses hypothèses de charge à l'un d'eux. Le théorème II permet alors de calculer de proche en proche les tensions correspondant aux nœuds supprimés, tensions qui suffisent pour calculer la puissance traversant l'une quelconque des mailles du réseau.

Tous les calculs sont rigoureux; la seule hypothèse à faire est celle des valeurs scalaires des tensions aux nœuds chargés pour en calculer les admittances correspondantes. Connaissant les tensions exactes, on corrige, s'il y a lieu, ler charges admises qui sont proportionnelles au carré des tensions. Si c'était nécessaire, un calcul par approximations successives permettrait d'ailleurs de s'approcher avec l'approximation désirée des charges imposées.

La méthode est absolument générale, applicable à tous les réseaux d'interconnexion, de configuration quelconque, dont le nombre des sommets est supérieur à 2 et en permet l'étude par des calculs toujours élémentaires, se reproduisant identiquement à eux-mêmes, quelle que soit la complexité des cas traités.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur l'oxydation anodique de l'ion lactique en ion pyruvique*. Note de **M. G. Carpeniseanu**, présentée par M. G. Urbain.

Les acides lactique et pyruvique ainsi que leurs sels ont déjà été étudiés du point de vue électrochimique. Cependant si la réduction cathodique de l'acide pyruvique et des pyruvates, en lactates, est assez facile [1], l'oxydation inverse, anodique, des lactates en pyruvates, semble plus délicate, sans être toutefois impossible [2].

---

(1) Rockwell, *Am. Chem. Soc.*, **24**, 1902, p. 719; Tafel, Friedrichs, *Ber. d. ch. Ges.*, **37**, 1904, p. 3187.

(2) Smull, Subkow, *Chem. Metall. Engineer*, **28**, 1923, p. 357; Müller, *Z. Electr.*, **33**, 1927, p. 568.

Nous avons entrepris, en vue de recherches ultérieures, l'étude particulière de l'oxydation anodique du lactate de sodium uniquement en pyruvate. Contrairement à ce qui a été fait jusqu'ici, nous avons opéré sur un corps pur [1], le lactate de sodium, préparé à partir de l'acide lactique (soigneusement purifié par distillation sous vide) par neutralisation à la soude.

Après un grand nombre d'essais infructueux nous avons pu, finalement, mettre en évidence l'ion pyruvique par la réaction colorimétrique au nitroprussiate [2] dont la sensibilité a été récemment considérablement augmentée [3]. De ces essais il résulte que :

1° pour obtenir du pyruvate il est nécessaire d'appliquer aux bornes de la cellule électrolytique des différences de potentiel peu élevées (1,5 à 3,5 volts), et employer des densités de courant très faibles, de l'ordre du milliampère (grande surface anodique);

2° les rendements en pyruvate sont toujours mauvais, puisque, comme on le verra, le pyruvate formé s'oxyde facilement à son tour, pour donner surtout du CO^2 et de l'aldéhyde acétique.

En effet, afin d'élucider plus complètement cette dernière conclusion, nous avons fait des électrolyses [4], en tous points comparables, avec des solutions de lactate de sodium $m/100$ et de pyruvate de sodium $m/100$, à 38°,5. Les courbes $e - i$ (différences de potentiel appliquées-intensités) montrent clairement que les potentiels anodiques d'oxydation des deux ions lactique et pyruvique sont très voisins [5], ce qui explique l'oxydation de l'ion pyruvique peu après sa formation.

Le mécanisme de l'oxydation peut être envisagé soit comme purement chimique (*a*) (par l'oxygène atomique), soit comme électrochimique (*b*) :

$$(a)\quad CH^3CHOHCOO' + 1/2\,O^2 = \underline{CH^3COCOO'} + H^2O;$$

$$(b)\quad 2CH^3CHOHCOO' + 2\oplus = CH^3CHO + CO + H^2O + \underline{CH^3COCOOH}.$$

Si la réaction principale est sûrement la première, la seconde existe

---

(1) Seul Kolbe paraît avoir électrolysé une solution aqueuse pure de lactate de potassium, mais sans avoir obtenu du pyruvate (*Ann. Chem. Pharm.*, 113, 1860, p. 244).

(2) Simon, *Comptes rendus*, 125, 1897, p. 534.

(3) Carpeniseanu, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 272.

(4) Électrodes en fils de platine.

(5) Müller (*loc. cit. infra.*), opérant sur les acides libres en solution aqueuse d'acide sulfurique, arrive aux mêmes résultats.

aussi très probablement; en sa faveur milite le fait que l'on trouve parmi les gaz dégagés à l'anode aussi du CO.

Influence des diastases. — En tenant compte des résultats précédents nous avons examiné si l'autolysat de *B. coli* (1), — diastase qui, en présence d'un accepteur d'hydrogène tel que le bleu de méthylène, catalyse la formation de pyruvate à partir de lactate, — pouvait, par électrolyse, mais sans accepteur d'hydrogène, catalyser encore cette réaction. Pour cela, nous avons :

1° relevé les courbes d'électrolyse $e - i$ en présence de la diastase (2) active et inactive (chauffée 15 minutes à 96°);

2° mesuré les rendements en acide pyruvique dans les mêmes conditions.

Dans les deux cas la diastase ne change en rien l'oxydation électrochimique, par conséquent son influence catalytique est nulle.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Emploi des cellules à vide pour la comparaison des flux lumineux peu intenses.* Note de M. **Léon Capdecomme**, présentée par M. A. Cotton.

Dans l'étude des propriétés optiques des cristaux opaques que j'ai entreprise, j'ai choisi pour la mesure des pouvoirs réflecteurs un procédé photoélectrique de comparaison à élongations stables. Pour les petits flux utilisés, inférieurs à 1/100e de lumen, un choix raisonné de la cellule ainsi qu'une étude approfondie de ses caractéristiques et des conditions de fidélité de ses indications permettent d'attendre une précision et une sensibilité bien supérieures à celles des procédés visuels, avec une indépendance absolue de tout facteur personnel.

Choix de la cellule. — Les causes principales d'erreurs provenant des circuits de la cellule sont : des variations accidentelles du potentiel accélérateur; de rapides fluctuations dans la sensibilité de la cellule; la non-proportionnalité des courants et des flux lumineux.

1° Les cellules à gaz, quoique étant les plus sensibles, ont montré de graves inconvénients : inclinaison des caractéristiques à flux constant et potentiel variable qui exagère l'influence des variations accidentelles de la

(1) Stephenson, *Biochem. J.*, 22, 1928, p. 605.

(2) Mme N. Mayer-Reich a exécuté la préparation, délicate et laborieuse, de cette diastase.

source accélératrice; stabilité insuffisante pour des mesures très précises; perte du bénéfice de la haute sensibilité à cause des grandes résistances qu'impose l'amplification; surtout, loi mal définie de variation des courants en fonction des flux, même pour nos petits flux.

2° Aussi ai-je adopté une cellule à vide au cæsium (Philips 3512), type particulièrement intéressant par sa grande sensibilité dans tout le spectre visible avec maximum dans le rouge (20 μ A/lumen environ). Elle a toutefois un courant d'obscurité notable attribué à l'émission thermoionique du cæsium à froid; mais ce courant étant constant, on peut toujours en tenir compte dans les mesures.

Les caractéristiques à flux constant et tension variable, puis à flux variable et tension constante, ont été relevées avec des flux de 1/20e à 1/300e de lumen, un peu supérieurs à ceux envisagés dans nos recherches, mais permettant des mesures directes au galvanomètre.

A. *a*. A flux constant, le courant croît d'abord très vite avec la tension, puis atteint une région de saturation. Celle-ci correspond à des tensions nettement plus grandes que celle indiquée par le constructeur (70 volts); ce n'est qu'au-dessus de 150 volts qu'on est assuré d'avoir toujours une pente suffisamment petite.

b. Une curieuse particularité a été remarquée sur toutes les cellules étudiées du même type : le courant augmente brusquement vers 80 volts lorsqu'on fait croître de façon discontinue la tension appliquée. Si cette tension décroît ensuite, la caractéristique reste au-dessus de la branche précédente comme l'indique le tableau suivant :

Tension en volts		9,6.	21,5.	37,75.	56,8.	68,5.	79,5.	83,5.
Intensité du courant (unité arbitraire)	à tension croissante	123	175,25	199,5	215,75	215,25	216	245
	à tension décroissante	128	187	207	235	241	241	

Quelle qu'en soit la cause, ce phénomène peut troubler les mesures au voisinage de 80 volts.

c. Comme on peut le prévoir à cause des chutes ohmiques, les caractéristiques s'élèvent d'autant plus vite, à partir d'une excitation nulle, que la résistance extérieure à la cellule est plus petite. Mais pour des tensions élevées, à cause de la grande résistance de la cellule, les courants dépendent très peu de la résistance intercalée. C'est ce que montre le tableau suivant pour un flux de 1/30e de lumen :

Résistance en ohms		500.	10^5.	10^6.	$10^6 \times 5$.	10^8.
Intensité des courants (unité arbitraire)	sous 81 volts	612	608	604	602	168
	sous 246 volts	792	784	768	772	736

Les différences de sensibilité deviennent absolument négligeables pour des tensions grandes et des flux très petits.

B. L'étude des courants en fonction des flux a permis de constater une proportionnalité excellente dans la limite de précision de nos mesures (1/400e).

C. L'étude de la fidélité a montré que la sensibilité varie beaucoup avec le temps et l'histoire de la cellule. Mais, sous tension supérieure à 150 volts, on a toujours trouvé des nombres très concordants pour le rapport de deux mêmes flux, à condition de les faire se succéder *immédiatement* et *sur la même région cathodique*.

Conclusion. — Pour la comparaison des faibles flux, si l'on opère sous tension assez élevée, la cellule à vide au cæsium est bien supérieure à la cellule à gaz : sa grande sensibilité demeure indépendante des variations accidentelles de la source accélératrice et n'est pas réduite, comme celle des cellules à gaz, par l'emploi des grandes résistances d'amplification; les courants sont, avec elle, exactement proportionnels aux flux reçus.

PHOTOCHIMIE. — *L'action chimique de la lumière sur l'iodure de vinyle.* Note [1] de M. **Guy Emschwiller**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai montré quelle contribution importante la photochimie est susceptible d'apporter au problème de la structure des molécules. C'est ainsi que l'étude de l'action de la lumière révèle, dans les molécules des iodures d'alcoyle, l'existence d'un atome d'hydrogène singulier, solidaire à la fois de l'atome d'iode et d'un atome de carbone, et lié au même atome de carbone que l'atome d'iode dans le cas des dérivés primaires et secondaires [2]. Cette conception se retrouve pour l'iodure de vinyle.

Photolyse. — Quand on soumet l'iodure de vinyle à l'action des radiations ultraviolettes, il se décompose essentiellement en acétylène, éthylène et iode, conformément à l'équation globale de réaction :

$$2\,CH^2{=}CHI \rightarrow CH{\equiv}CH + CH^2{=}CH^2 + I^2.$$

On trouve toujours, en fait, un déficit plus ou moins grand de l'éthylène

---

(1) Séance du 22 janvier 1934.

(2) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 799; *Annales de Chimie*, **17**, 1932, p. 448; *Compte rendu 56e session Ass. fr. pour l'Avancement des Sciences*, Bruxelles, 1932, p. 150.

par rapport à l'acétylène, et de l'iode par rapport au gaz, par suite de la fixation secondaire de l'iode sur l'acétylène et surtout sur l'éthylène. Par exemple, la photolyse de 2^{cm^3} d'iodure de vinyle liquide, par irradiation pendant 124 heures sous une lampe à vapeur de mercure de 220 volts, a produit, à la température ordinaire, $19,4^{cm^3}$ d'acétylène, $15,5^{cm^3}$ d'éthylène, $10,3^{cm^3}$ d'iode N/10.

L'interprétation de ce résultat implique l'intervention nécessaire de 2 molécules d'iodure de vinyle. Celle qui a subi l'action de la lumière perd à la fois son atome d'iode et un atome d'hydrogène, le groupement restant se réarrangeant en acétylène; les atomes d'iode et d'hydrogène concourent, avec une deuxième molécule de l'iodure, à la production de l'éthylène et de l'iode :

$$CH^2 = CHI + \text{lumière} \rightarrow C^2H^2 + (H, I),$$
$$CH^2 = CHI + (H, I) \rightarrow C^2H^4 + I^2.$$

Ici encore la décomposition photochimique permet donc de déceler l'existence dans la molécule d'un atome d'hydrogène singulier. Je montrerai ultérieurement comment l'étude de l'action de la lumière sur les diiodo-éthènes, symétriques et dissymétrique, conduit à admettre que l'atome d'hydrogène singulier de la molécule d'iodure de vinyle est lié au même atome de carbone que l'atome d'iode, le groupement produit par action primaire de la lumière étant $CH^2 = C$ et non $CH = CH$. L'étude des produits de l'oxydation photochimique de l'iodure de vinyle s'accorde bien avec cette représentation.

Oxydation photochimique. — L'oxydation photochimique de l'iodure de vinyle est une réaction relativement rapide, s'effectuant principalement en phase gazeuse. J'ai pu réaliser l'oxydation complète de 1^{cm^3} d'iodure de vinyle liquide en moins de 48 heures d'irradiation dans un ballon de silice, de $0^{cm^3},5$ en 200 heures dans un ballon de verre. Sur les parois des ballons, on retrouve un abondant dépôt de cristaux d'iode, mouillés par de fines gouttelettes d'un liquide soluble dans l'eau; dans la solution aqueuse, j'ai caractérisé la présence d'acide formique, de formol et d'aldéhyde glycolique. Quant au gaz, en plus de l'oxygène non consommé, il contient surtout de l'oxyde de carbone, accompagné d'un peu d'acétylène et, quand on opère dans la silice, d'anhydride carbonique.

La comparaison des bilans est instructive. Aussi bien à travers le verre qu'à travers la silice, il y a production d'environ $0,6^{mol}$ à $0,65^{mol}$ d'acide formique par molécule d'iodure de vinyle oxydée et de quantités sensiblement

égales d'oxyde de carbone. Les teneurs varient par contre pour le formol ($0,2^{mol}$ dans la silice, $0,07^{mol}$ dans le verre), l'aldéhyde glycolique ($0,09^{mol}$ dans la silice, $0,185^{mol}$ dans le verre) et l'acétylène ($0,085^{mol}$ dans la silice, $0,05^{mol}$ dans le verre).

De ces résultats je propose l'interprétation suivante. Tout d'abord l'oxyde de carbone et l'acide formique apparaissent comme les produits directs et simultanés de l'oxydation de l'iodure de vinyle (¹):

$$CH^2{=}C{<}^{H}_{I} + 1/4\,O^2 \xrightarrow[O^2\;\;O]{} CH^2O^2 + CO + 1/2\,H^2O + 1/2\,I^2.$$

L'eau formée provoque des réactions secondaires d'hydrolyse oxydante de l'iodure de vinyle, donnant naissance aux aldéhydes glycolique et formique, la production de formol exigeant des radiations de plus grande fréquence que la production d'aldéhyde glycolique :

$$CH^2{=}C{<}^{H}_{I} + 1/4\,O^2 \xrightarrow[H^2O]{O} CH^2OH{-}CHO \text{ ou } 2\,CH^2O + 1/2\,H^2O + 1/2\,I^2.$$

On peut même se demander si le formol ne résulte pas de la décomposition photochimique de l'aldéhyde glycolique; j'ai effectivement observé la production de formol par photolyse d'une solution aqueuse d'aldéhyde glycolique, mais cette réaction ne paraît pas assez rapide pour justifier l'origine de tout le formol issu de l'oxydation photochimique de l'iodure de vinyle.

Enfin la formation d'acétylène se comprend immédiatement :

$$CH^2{=}C{<}^{H}_{I} + 1/4\,O^2 \rightarrow CH{\equiv}CH + 1/2\,H^2O + 1/2\,I^2.$$

Il importe de remarquer qu'elle ne s'accompagne pas de la production d'éthylène, comme en l'absence d'oxygène.

(¹) On ne saurait, en particulier, considérer l'acide formique comme un produit secondaire, résultant de l'oxydation photochimique de formol; j'ai vérifié que c'est là un phénomène très petit à travers le verre.

RADIOACTIVITÉ. — *Remarques théoriques sur l'émission de rayons corpusculaires (rayons β et positrons) et sur la symétrie entre corpuscules et anticorpuscules.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Le but de cette Note est d'abord de montrer que l'hypothèse qu'a émise E. Fermi (1) sur l'émission des rayons β et qu'il a fondée sur l'analogie avec l'émission d'un photon et sur l'emploi d'une variable ρ dite coordonnée interne, ne constitue pas une véritable hypothèse physique, mais dérive d'un théorème de Mécanique ondulatoire que nous énoncerons comme suit :

« Soit un système de corpuscules tel qu'on puisse d'abord le considérer, à une certaine approximation, comme un corpuscule unique placé au centre de gravité, puis dont une des parties, de masse faible par rapport à la masse totale, puisse se séparer et s'éloigner de façon telle que le couplage avec la partie restante du système (considérée de même comme un corpuscule unique) devienne négligeable (émission de particules), ou bien au contraire que l'inverse se produise (absorption de particules).

» *L'état de ce système peut être défini, à cette approximation près, au moyen d'une fonction d'ondes* Ψ *dépendant, outre des variables coordonnées du point figuratif* X, Y, Z *et du temps t, d'une variable* ρ *susceptible de prendre deux valeurs, l'une correspondant au système complet, l'autre au système restant.* »

Au lieu de considérer ρ comme une variable analogue à une coordonnée, nous estimons préférable de la considérer comme un indice, quoique ici, à l'encontre des composantes dues au spin, les deux points de vue soient équivalents. Ainsi nous aurons ou bien une fonction $\Psi(X, Y, Z, t, \rho)$, ou bien un vecteur $\overleftarrow{\Psi}(X, Y, Z, t)$ d'un espace de Hilbert (ψ_2) dont les éléments seront constitués par l'ensemble de deux fonctions $\Psi_0(X, Y, Z, t)$ et $\Psi_1(X, Y, Z, t)$. Si l'on tient compte des spins, chacun de ces deux Ψ sera, non pas une fonction, mais un ensemble de fonctions.

Pour démontrer notre théorème, il suffit de s'appuyer sur une propriété du centre de gravité en Mécanique ondulatoire, que nous énoncerons et démontrerons dans un travail plus développé.

---

(1) *La Ricerca scient.*, 4, vol. II, XII, déc. 1933, p. 3-7.

Soient Ψ_0 la fonction d'ondes du centre de gravité du système total, Ψ_1 celle du système restant, lorsque l'interaction avec la partie émise est devenue négligeable, $\mathbf{H}_0$ et $\mathbf{H}_1$ les hamiltoniens correspondants. Nous pouvons considérer les fonctions Ψ_0 et Ψ_1 comme les deux composantes de $\overleftarrow{\Psi}$ ci-dessus défini, ou les deux valeurs de $\Psi(X, Y, Z, t, \rho)$, et si nous introduisons deux opérateurs $\mathbf{A}_0$ et $\mathbf{A}_1$ tels que

$$\mathbf{A}_0\Psi_0 = \Psi_0, \qquad \mathbf{A}_0\Psi_1 = 0, \qquad \mathbf{A}_1\Psi_0 = 0, \qquad \mathbf{A}_1\Psi_1 = \Psi_1,$$

on voit de suite que $\overleftarrow{\Psi}$ satisfait à une équation d'ondes dont l'hamiltonien est

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}_0\mathbf{H}_0 + \mathbf{A}_1\mathbf{H}_1.$$

Si, comme système, nous considérons un noyau atomique et des particules pouvant être émises ou absorbées par lui, la méthode d'étude que nous venons d'indiquer permettra de calculer les probabilités de ces émissions ou de ces absorptions. Cette méthode est valable quelle que soit la nature des particules.

Par exemple, comme noyaux, nous pouvons envisager un neutron devenant un proton, en même temps que sont émis un rayon β et un neutrino. Notre méthode sera pareillement applicable si l'on considère que les radioactivités découvertes par M. et Mme Joliot [1] se traduisent par la transformation d'un proton en neutron, avec émission simultanée d'un positron et d'un antineutrino. En somme, tout se passe comme si un corpuscule unique (situé au centre de gravité du système) changeait de nature lors de l'émission ou de l'absorption de particules, de même qu'un électron atomique change d'état lors de l'émission d'un photon.

De plus, si l'on écrit les matrices associées à nos opérateurs $\mathbf{A}_0$ et $\mathbf{A}_1$, on obtient celles de Fermi et notre hamiltonien $\mathbf{H}$ a une forme analogue au sien. De sorte que l'hypothèse fondamentale de cet auteur sur l'émission des rayons β apparaît comme une conséquence de la Mécanique ondulatoire. Voilà qui renforce singulièrement la valeur de sa théorie.

2. La théorie actuelle de Dirac traite de façon asymétrique l'électron et le positron. Or, il nous semblerait plus rationnel de les considérer de façon symétrique. La manière dont Dirac a obtenu l'équation du mouvement d'un électron, ainsi que ses conséquences, pourrait être répétée exactement pour le positron. Mais, cette fois, les *trous* dans les niveaux d'énergie négative

---

(1) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 254.

vont constituer les électrons et, comme nous l'a suggéré M. Louis de Broglie, les électrons positifs se trouvant en nombre insuffisant pour remplir tous les niveaux, les trous restent stables, d'où la stabilité des électrons. Dès lors, nous pensons qu'on doit introduire une certaine *réciprocité* entre *corpuscule* et *anticorpuscule*, et dire qu'un corpuscule peut être arbitrairement considéré comme *vrai corpuscule* ou comme *anticorpuscule*.

Dans le cas d'un neutrino [de masse négligeable d'après F. Perrin (1) et E. Fermi] obéissant à l'équation donnée par Louis de Broglie (2) pour le corpuscule de lumière, neutrino et antineutrino obéiront à des équations identiques : il y a *réciprocité* entre eux au sens que nous venons de définir. Mais, tandis que la différence de charge permet de distinguer de suite un électron d'un positron, nous pensons que, pour un neutrino et un antineutrino, cette distinction ne peut être faite : ils nous paraissent physiquement indiscernables.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les densités des solutions aqueuses d'acide fluorhydrique*. Note de M. **L. Domange**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La connaissance de la densité des solutions aqueuses d'acide fluorhydrique présente un double intérêt. Tout d'abord, elle permet d'évaluer la teneur d'un produit en cours d'étude. De plus, elle peut renseigner éventuellement sur l'existence d'hydrates.

La bibliographie de cette question est fort restreinte, deux auteurs seulement s'étant attachés à la résoudre. Elle présente en effet une grande difficulté en raison de l'activité chimique de l'acide fluorhydrique qui attaque la plupart des récipients, ce qui gêne beaucoup pour la construction des appareils à utiliser.

En 1898, les tables de Eckelt (3) donnent les valeurs de la densité de solutions fluorhydriques de diverses concentrations jusqu'à 96 pour 100, mais aucune indication n'a été fournie par l'auteur sur la méthode utilisée.

Le graphique que l'on peut construire à l'aide de ses chiffres présente une anomalie dans la zone la plus intéressante, entre 10 et 40 pour 100.

En 1902 (4), Winteler a fait de nouvelles mesures, à l'aide d'un aréo-

(1) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1625.
(2) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 135.
(3) Eckelt, *Z. für angewandte Chemie*, **11**, 1898, p. 298.
(4) Winteler, *Z. für angewandte Chemie*, **15**, 1902, p. 33.

mètre en platine, à la température de 20°. Les valeurs trouvées sont différentes de celles de Eckelt, et la courbe que l'on peut tracer fait apparaître d'appréciables divergences avec la précédente. On peut donc considérer que la question n'a pas été résolue, ce qui justifie de nouvelles déterminations.

Nous avons pu opérer dans des conditions très précises en utilisant un flacon à densité en bakélite spéciale, de $5^{cm^3},6$ de capacité, inattaquable par les solutions fluorhydriques jusqu'à une concentration de 54 pour 100, et dont le col est gradué en centièmes de centimètre cube (on évalue au cathétomètre le dixième de division) [1].

Pour lever toute cause d'erreur, nous avons effectué les essais préliminaires suivants, à la température de 15°, adoptée pour toutes nos expériences :

1° Les pesées faites au contact de l'air avec cet appareil comportent des variations de 1 à 2/10e de milligramme.

2° Le contact de la bakélite avec l'eau, prolongé pendant la durée nécessaire pour une expérience, soit 30 minutes, ne fait pas apparaître une différence de poids supérieure à 1 à 2/10e de milligramme. La même remarque a été faite en employant au lieu d'eau, une solution d'acide fluorhydrique à 54 pour 100.

3° Pour lever toute critique au sujet d'une attaque possible du récipient, le flacon a été pesé vide, avant et après chaque expérience.

Afin d'opérer sur de l'acide fluorhydrique aussi pur que possible, nous avons préparé ce corps par la méthode de Fremy, en décomposant du fluorure suracide de potassium FK.FH dans une cornue munie d'un réfrigérent de cuivre. L'acide anhydre distillé a été recueilli dans une bouteille d'argent contenant de l'eau bidistillée. La distillation étant très lente, la solution obtenue s'est montrée volatile sans résidu dans une capsule de platine. Elle ne contenait ni sel de potassium, ni sel de cuivre, ni silicium.

Les titrages ont été réalisés avec une solution normale de soude pure, exempte de carbonate, préparée par nous-même à partir du sodium, et conservée à l'abri de l'air, dans une atmosphère de gaz inerte.

On a effectué les dosages dans des capsules d'argent en présence de phtaléine. Les prises d'essais de solutions fluorhydriques étant faites à l'aide de pipettes en bakélite fréquemment étalonnées.

---

(1) Damiens, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 35, 1924, p. 455.

Nos résultats sont réunis dans le tableau ci-dessous :

La courbe que nous avons tracée est régulière et ne fait pas apparaître d'anomalie comme celle de Eckelt.

Concentration en FH pour 100 du poids de solution.	Densité à 15°. Chiffres obtenus.	Densité à 15°. Chiffres adoptés.	Concentration en FH pour 100 du poids de solution.	Densité à 15°. Chiffres obtenus.	Densité à 15°. Chiffres adoptés.
5,06.....	1,0169 1,0173	1,017	36,4.....	1,1342 1,1343	1,134
10,1......	1,0351 1,0352	1,035	39,9.....	1,1487 1,1492	1,149
15,3......	1,0537 1,0541	1,054	42,4.....	1,1595 »	1,1595
20,25.....	1,0725 1,0722	1,072	47,3.....	1,1792 »	1,179
26,4......	1,0965 1,0970	1,097	48,4.....	1,1830 1,1829	1,183
29,8......	1,1084 1,1086	1,1085	53,8.....	1,2052 1,2051	1,205

CHIMIE PHYSIQUE. — *La diffusion moléculaire de la lumière dans les liquides*. Note de M. E. **Canals**, Mlle G. **Cauquil**, M. P. **Peyrot**, présentée par M. Delépine.

Si l'on éclaire un liquide avec un faisceau de lumière naturelle, la lumière diffusée à 90° du faisceau incident est partiellement polarisée. Elle peut être considérée comme résultant de la superposition de deux vibrations rectangulaires incohérentes, l'une d'intensité maximum I, perpendiculaire au plan de diffusion, l'autre d'intensité maximum i parallèle au rayon incident. On appelle facteur de dépolarisation le rapport $\rho = i/\mathrm{I}$. Pour mesurer ρ, on dédouble le faisceau diffusé avec un prisme biréfringent qui sépare les vibrations d'intensité I et i. A la suite du biréfringent on place un nicol mobile autour de son axe. Par rotation du nicol on arrive à égaliser les intensités des deux faisceaux. Si α est à ce moment l'angle que fait la section principale du nicol avec la direction du faisceau incident, on a $\rho = \tan^2\alpha$.

Nos mesures ont été faites par photographie en employant comme source lumineuse la lampe à vapeur de mercure.

Les poussières et la fluorescence des liquides, causes perturbatrices de la mesure de ρ, sont éliminées par la distillation des liquides dans le vide sans

ébullition. De plus une cuve de solution sulfurique de sulfate de quinine est toujours placée sur le faisceau primaire et absorbe les radiations excitatrices principales de la fluorescence.

Nos mesures se rapportent à quelques composés organiques. La précision de la mesure est de 2 pour 100 environ.

	100 ρ.		100 ρ.
Cyclopentane	11,3	Cyclopentène	22,2
		Méthylcyclopentène-Δ_1	33,3
Éthylcyclopentane	12,0	Ethylcyclopentène-Δ_1	32,0
		Epoxycyclopentène	37,5
Cyclohexane	7,7	Cyclohexène	28,9
Méthylcyclohexane	11,1	Méthyl-1-cyclohexène-Δ_1	31,0
		Méthyl-3-cyclohexène-Δ_1	24,8
Éthylcyclohexane	15,5	Éthyl-1-cyclohexène-Δ_1	32,0
Diméthyl-1.2-cyclohexane	10,7		
Diméthyl-1.3-cyclohexane	10,8		
Diméthyl-1.4-cyclohexane	11,8	Diméthyl-1.4-cyclohexène-Δ_1	32,0
		Triméthyl-1.3.4-cyclohexène-Δ_3 ou Δ_4	36,1
		Époxycyclohexène	22,4
Cycloheptane	11,1	Cycloheptène	27,7
Méthylcycloheptane	17,1	Méthyl-1-cycloheptène-Δ_1	32,6
Cyclooctane	13,2	Cyclooctène	33,3
Méthylcyclooctane	22,2		
Bromure de méthyle	21,7	Nitrite d'isobutyle	20,4
Bromure d'éthyle	26,0	Nitrate d'isobutyle	39,0
Chlorure de propyle	16,2	Nitrate d'amyle	41,4
Bromure de propyle	25,1	Bromure d'amyle	25,9
Bromure d'isopropyle	26,8	Chlorure d'amyle	17,3
		Alcool amylique	12,5

1° La valeur de ρ pour les carbures cyclaniques, contrairement à ce qui se passe dans les carbures à chaîne ouverte [1], ne croît pas progressivement avec le nombre d'atomes de carbone. Alors que le cyclopentane et le cycloheptane ont approximativement le même facteur de dépolarisation, le cyclohexane et le cyclooctane ont, l'un, un pouvoir de dépolarisation plus faible, l'autre, plus élevé. Cette constatation ne paraît pas être en faveur d'une représentation plane des carbures cyclaniques.

---

(1) J. Cabannes, *La diffusion moléculaire de la lumière* (*Presses universitaires de France*, 1929, p. 200).

2° En ce qui concerne les carbures cycléniques, nous pouvons faire une observation analogue, il n'y a pas de relation entre ρ et le nombre d'atomes de carbone.

3° Tout comme l'a déjà constaté J. Cabannes, la présence d'une double liaison correspond à un accroissement de la dépolarisation. Nos résultats montrent, que le facteur de dépolarisation le plus élevé des carbures saturés correspond au facteur le plus faible des carbures à double liaison (méthylcyclooctane 22,2 et cyclopentène 22,2).

3° L'introduction dans la molécule d'un radical méthyle ou éthyle dans les carbures cyclaniques provoque une augmentation de ρ d'autant plus forte que le carbure a un plus grand nombre d'atomes de carbone. Une observation identique peut être faite avec les dérivés méthylés des cyclènes, toutefois, selon la position du dérivé méthylé, le facteur de dépolarisation peut diminuer (cyclohexène 28,9; méthyl-1-cyclohexène-Δ_1 31,0; méthyl-3-cyclohexène-Δ_1 24,8).

L'augmentation du nombre de radicaux méthylés accroît légèrement ρ.

5° Le facteur de dépolarisation varie selon les dérivés diméthylés considérés. Les dérivés ortho et méta sont peu différents tandis que le dérivé para est nettement plus élevé. Une remarque analogue avait déjà été faite avec les xylènes par Salvaire (*o*-xylène 58,0; *m*-xylène 58,6; *p*-xylène 63,3).

6° Les éthers-sels étudiés ([1]) montrent que le facteur de dépolarisation ne varie sensiblement pas avec le radical organique. Par contre, on constate une augmentation très nette avec les différents éthers d'un même alcool en suivant l'ordre : Cl, Br, NO^2, NO^3.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'hydrolyse des solutions de chlorure stannique.* Note de M. **Jules Guéron**, présentée par M. G. Urbain.

Dans des Communications précédentes ([2]) j'ai précisé la description de l'évolution des solutions aqueuses de chlorure stannique. Je donnerai ici des résultats relatifs à l'état final des systèmes ainsi obtenus.

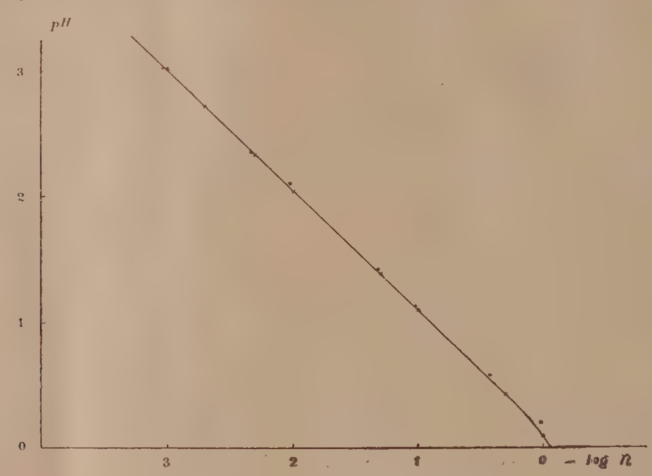
La figure ci-après représente, en fonction du cologarithme de la nor-

---

([1]) Quelques-uns de ces éthers-sels ont déjà été étudiés par Krishuau. Nos résultats concordent avec ceux de cet auteur (voir J. Cabannes, *loc. cit.*).

([2]) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 247; *Bull. Soc. chim.*, 53, 1933, p. 1158.

malité, le pH final de solutions de chlorure stannique dont la concentration varie de 0,94 à 0,00094 *n* (mesures après 80 jours d'évolution à $20 \pm 5^{\circ}$; points ronds). La courbe, jalonnée par des croix, indique le pH de solutions d'acide chlorhydrique pur, calculé à partir des coefficients d'activité (à 25°) donnés par G. Scatchard [1]. Jusqu'à la concentration de 0,3 *n* environ, le pH final des solutions de chlorure stannique est le même que celui de l'acide chlorhydrique pur de même normalité. On peut donc dire que, dans ce



domaine de concentration, l'hydrolyse du chlorure stannique est totale, aux erreurs de mesure près, soit 4 à 5 pour 100 [2]. Ceci est corroboré par les dosages d'étain; après ultrafiltration, la concentration en étain de la solution tombe à moins du millième de sa valeur initiale.

Les dosages de chlore sont d'interprétation moins immédiate. J'ai déjà signalé que la concentration en chlore de la solution obtenue après séparation de la phase solide dépend du procédé de séparation employé. Par centrifugation à 3000 t/min pendant une heure, on retrouve la teneur en chlore qu'avait la solution aussitôt après sa préparation. Par dépôt spontané, il y a, au contraire, un déficit de 2 pour 100 environ sur ce nombre, déficit qui demeure si la centrifugation est plus courte (10 minutes à 3000 tours), ou plus lente (8 heures à 1500 tours). Les 3 dépôts ainsi

---

(1) *J. Amer. Chem. Soc.*, **47**, 1925, p. 641.

(2) La mesure électrométrique du pH, faite à 1 mV. près, donne une précision de 0,02 pH environ. Donc :

$$0,02 = \partial \mathrm{pH} = |\partial \log [\mathrm{H}]| = \frac{1}{2,32} \frac{\partial [\mathrm{H}]}{[\mathrm{H}]}; \qquad \text{d'où} \qquad \frac{\partial [\mathrm{H}]}{[\mathrm{H}]} = 4,6 \text{ pour } 100$$

obtenus par centrifugation ont, à fort peu près, le même volume, beaucoup plus faible que celui du dépôt spontanément séparé : il n'y a donc pas lieu de faire intervenir une correction relative au volume occupé par les particules, ou au volume de solvant qui les gonfle. Le chlore qui peut ainsi ou rester lié aux micelles ou passer en solution apparaît (comme le montrent des dosages alcalimétriques) sous forme d'acide chlorhydrique, ce que l'on pouvait aisément prévoir. Mais ces variations d'acidité doivent, d'après la remarque précédente, échapper aux mesures courantes de pH : en effet la solution brute et les diverses solutions claires ci-dessus définies ont le même pH, à 0,02 près.

Ces faits permettent d'étayer une représentation plausible des micelles spontanément formées dans les solutions de chlorure stannique. Elles seraient finalement constituées par un granule d'oxyde stannique hydraté, exempt de chlore (à 0,5 pour 100 près), positivement chargé par les ions Sn^{++++} qu'il a tendance à émettre. Autour de ce granule, une pellicule liquide contient la charge négative de la couche double, sous forme d'une atmosphère d'anions, principalement d'ions Cl^-. Par centrifugation, les micelles sont rassemblées, puis, si la vitesse et la durée de la centrifugation sont suffisantes, elles sont, en quelque sorte, exprimées, et les ions Cl^- de la couche double se répartissent dans le liquide intermicellaire, cessant ainsi d'échapper à l'analyse chimique. Ce liquide devient en même temps plus acide, ce qui laisse penser que des ions OH^- se substituent aux ions Cl^- dans la couche double dont la nature se trouve ainsi modifiée [1]. La prépondérance primitive des ions Cl^- peut aisément s'expliquer : le produit primaire d'hydrolyse est un oxychlorure qui, avec le temps, avant de pouvoir être arrêté par les ultrafiltres, ou rassemblé par la centrifugeuse, perd de l'acide chlorhydrique, par condensation ou par hydrolyse [2]. On admet volontiers que les granules, ainsi formés par une réaction hétérogène libérant sur place des ions Cl^-, voient ceux-ci rester, d'abord, concentrés à leur voisinage [3].

---

(1) Le précipité subit en effet un changement : si, par simple agitation, on le remet en suspension dans le liquide dont il a été séparé, et qu'on le laisse alors déposer de lui-même, il ne réabsorbe pas de chlore. Dans le langage d'une théorie d'adsorption, on pourrait dire qu'il y a eu diminution de la surface du précipité par agglomération mécanique, et, de ce fait, désorption d'acide chlorhydrique.

(2) *Loc. cit.*

(3) Il est probable qu'au bout d'un temps assez long, la simple diffusion amènerait à l'état que fournit, dans un court délai, une centrifugation énergique. L'étude de solutions âgées de 6 mois et plus parle en faveur de cette idée.

Par un mécanisme tout à fait analogue à celui qui vient d'être décrit, Mc Bain et Mc Clatchie [1] ont rendu compte des changements observés dans la composition de l'ultrafiltrat d'un sol d'oxyde ferrique à mesure que l'on change la pression de filtration.

On voit combien il serait incorrect de traduire ces résultats analytiques en degré d'hydrolyse à telle concentration et à telle température, comme on le fait trop souvent. Il parait imprudent de transporter ainsi dans le domaine colloïdal cette notion formée à propos des cristalloïdes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Les critères de pureté de la digitaline cristallisée (digitoxoside).* Note [2] de MM. **R. Charonnat** et **L. Deglaude**, présentée par M. A. Béhal.

Bien que la *digitaline*, découverte par Nativelle dans les feuilles sèches de *Digitalis purpurea* (*digitoxine* des auteurs allemands, *digitoxoside*), soit une espèce chimique définie et un des médicaments les plus actifs, on n'a pas encore donné de critère précis de sa pureté; il en est résulté de nombreuses discussions sur l'identité de ce glucoside. A l'heure où l'on vient de découvrir dans les feuilles fraîches de la même plante et dans les feuilles sèches ou fraîches d'une espèce voisine, des glucosides analogues, nous croyons utile de mieux définir ce médicament essentiel de la thérapeutique cardiaque.

Le *degré de solubilité* dans les solvants usuels et les *réactions colorées* classiques donnent une idée, mais imparfaite, de la qualité de la digitaline.

L'*analyse élémentaire* d'un glucoside aussi complexe est de réalisation délicate; on mesurera la difficulté de son interprétation en rappelant que dix formules brutes différentes ont été successivement attribuées à cette substance et que la formule admise aujourd'hui, celle de Windaus, établie d'abord sur la combustion de la digitoxine, a été rectifiée après étude de l'aglucone.

La détermination du *point de fusion*, qui est en général un bon indice de pureté des substances organiques, n'apporte ici aucune certitude. Les mesures effectuées au tube capillaire dépendent trop des conditions de chauffage pour être retenues; des traces de solvants, difficiles à éliminer, suffisent à modifier sensiblement le point de fusion instantanée.

---

[1] J. W. Mc Bain et W. L. Mc Clatchie, *J. Amer. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 1315.

[2] Séance du 22 janvier 1934.

Renonçant au contrôle physicochimique on a proposé des *essais pharmacodynamiques* et notamment la recherche de la dose léthale minima chez l'animal.

Plus précise et moins dispendieuse est la mesure du *pouvoir rotatoire*. Les nombreux mémoires consacrés à l'étude de la digitoxine, les traités ou pharmacopées qui la décrivent ne portent aucune indication de son activité optique; par contre celle de ses produits d'hydrolyse, la digitoxigénine et le digitoxose, a été mesurée à plusieurs reprises. Nous nous sommes préoccupés : 1° de mesurer dans différentes conditions le pouvoir rotatoire spécifique de la digitoxine la plus pure; 2° de rechercher l'influence des impuretés éventuelles des produits commerciaux sur ce pouvoir rotatoire.

I. Dans un lot de digitalines cristallisées d'origines diverses, nous avons choisi celle qui nous a paru la plus pure. Nous sommes partis d'un échantillon de 25^g (fusion au bloc Maquenne à 274°; $[\alpha]_D^{21} = +16°,8$ en solution chloroformique à 2,03 pour 100); nous l'avons fractionné selon la technique utilisée par Windaus [1] pour isoler la digitoxine pure (dissolution dans le chloroforme et précipitation par l'éther); nous avons employé des solvants purs, anhydres; le produit a été divisé ainsi en trois fractions et le traitement répété sur chaque fraction.

La quasi-totalité s'est montrée constituée par un produit unique : fusion instantanée à 276°; pouvoir rotatoire mesuré en solution chloroformique ($p = 0,5524^g$; $v = 10^{cm^3}$; $l = 2^{dm}$; $t = 16°$)

$$[\alpha] = +17°,2; \quad [\alpha]_{5780} = +18°,2; \quad [\alpha]_{5461} = +21°,1; \quad [\alpha]_{4917} = +28°.$$

Dans la pyridine, où la digitoxine est très soluble (plus de 20 pour 100), on observe une curieuse inversion ($[\alpha]_D^{17} = -5°,7$) qui paraît liée à la fonction lactone, car elle s'obtient aussi avec la digitoxigénine ($[\alpha]_D^{18} = +18°,1$ dans le méthanol et $-22°,7$ dans la pyridine); l'addition d'éther à la solution pyridique permet de récupérer le digitoxoside dextrogyre.

En solution dans l'alcool chlorhydrique il y a, par contre, une exaltation du pouvoir rotatoire : $[\alpha]_D^{16} = +22°,5$, que l'hydrolyse à froid ne modifie guère.

II. Au cours du fractionnement ci-dessus nous avons pu isoler une petite quantité de glucosides différents, l'un peu soluble dans le chloroforme, fusible à 277° (environ 1 pour 100), l'autre plus soluble que la digitoxine, fusible vers 170° (environ 2 pour 100). L'action du second sur le cœur de

(1) A. Windaus et C. Freese, *Ber. d. chem. Ges.*, 58, 1925, p. 2503.

grenouille révèle à l'électrocardiogramme les mêmes caractéristiques que celle de la digitoxine à des doses comparables.

Dans la purification industrielle on élimine la gitoxine, inactive sur la lumière polarisée ([1]) et susceptible par conséquent d'altérer le pouvoir rotatoire. Le produit moins soluble que nous avons séparé l'abaisse aussi ($[\alpha]_D^{14} = +16°,2$ pour la fraction qui l'a fourni).

Nous avons enfin examiné un résidu industriel extrait de la digitoxine avant sa purification définitive; nous en avons retiré une huile et une flavone sans pouvoir rotatoire et trois sapogénines fortement lévogyres : $[\alpha]_D$ de -64 à $-68°$; leur présence dans la digitoxine en abaisserait considérablement le pouvoir rotatoire; elles peuvent d'ailleurs être recherchées directement par la coloration rouge violacée qu'elles développent à 100° au sein de l'acide phosphorique à 85 pour 100 en présence de vanilline, alors que la digitoxine pure ne donne qu'une coloration brune.

Nos recherches confirment donc l'existence d'une digitaline cristallisée bien définie; son pouvoir rotatoire spécifique, facile à déterminer, est très sensible à l'influence des impuretés éventuelles.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles méthodes de préparation de la diéthoxyacétone et des αα diéthylines β substituées.* Note de MM. **G. Darzens** et **Maxence Meyer**, présentée par M. Béhal.

La diéthoxyacétone (formule I) a été préparée pour la première fois par E. Grimaud et L. Lefèvre ([2]) en saponifiant à froid l'ester diéthoxyacétylacétique (formule II) par la quantité strictement équivalente de potasse caustique en solution étendue à 2,5 pour 100 et en libérant ensuite l'acide correspondant qui se décompose aussitôt avec dégagement de CO^2. Ce procédé ne donnait que 20 à 25 pour 100 de rendement et, d'autre part, la préparation de l'ester diéthoxyacétylacétique par l'action du sodium sur l'esther éthoxyacétique telle qu'elle a été donnée par Conrad ([3]) ne donne également que des rendements assez médiocres. Malgré quelques perfectionnements apportés dans sa préparation par A. Erlenbach ([4]) la

([1]) A. Windaus, K. Westphal et G. Stein, *Ber. d. chem. Ges.*, **61**, 1928, p. 1847.
([2]) *Comptes rendus*, **107**, 1888, p. 914, et *Bull. Soc. chim.*, 3e série, **1**, 1889, p. 11.
([3]) *Ber. d. chem. Ges.*, **11**, 1878, p. 59.
([4]) *Annalen der Chemie*, **269**, 1892, p. 28.

diéthoxyacétone était donc une matière première difficilement accessible, et pour cette raison elle n'a pas été utilisée comme point de départ de synthèses malgré les possibilités évidentes qu'elle présente.

$$\begin{array}{ccccc}
C^2H^5CO^2-CH-OC^2H^5 & & CH^2-OC^2H^5 & & CH^2-OC^2H^5 \\
| & & | & & | \\
CO & \rightarrow & CO & \rightarrow & R-C-OH \\
| & & | & & | \\
CH^2-OC^2H^5 & & CH^2-OC^2H^5 & & CH^2-OC^2H^5 \\
\text{II.} & & \text{I.} & & \text{III.}
\end{array}$$

Nous avons repris l'étude de la préparation tant de l'ester diéthoxyacétylacétique que de celle de la diéthoxyacétone et nous sommes parvenus à les réaliser avec des rendements élevés ce qui nous a permis d'entreprendre avec cette dernière toute une série de réactions de synthèse dont nous publions ici les premiers résultats. Elles concernent l'action des dérivés organomagnésiens qui permet d'obtenir avec facilité les $\alpha\alpha$ diéthylines des glycérines β substituées.

La condensation de deux molécules d'éthoxyacétate d'éthyle en ester diéthoxyacétylacétique se fait le mieux par l'éthylate de sodium sec en présence de toluène et en opérant de la manière suivante :

On prépare l'éthylate sec en dissolvant dans un ballon 24^g de sodium dans 400^g d'alcool absolu et en distillant l'alcool, d'abord à la pression ordinaire, puis dans le vide en chauffant au bain d'huile à 180°. Après refroidissement complet dans le vide on recouvre cet éthylate de 400^g de toluène sec et l'on y ajoute 264^g (2^{mol}) d'éthoxyacétate d'éthyle. L'éthylate se dissout et l'on abandonne le tout pendant 24 heures. On distille ensuite à l'aide d'une bonne colonne Vigreux environ 300^g de toluène qui entraîne la majeure partie de l'alcool provenant de la condensation. On rajoute 300^g de toluène sec et on laisse encore en contact 24 heures. On ajoute alors 65^g d'acide acétique, on reprend par l'eau, lave la solution toluénique, décante, sèche sur Na^2SO^4, distille le toluène et rectifie au vide. Le rendement est de 165^g d'ester diéthoxyacétylacétique, soit 75 pour 100 de la théorie.

En ce qui concerne la saponification de cet éther pour le transformer en diéthoxyacétone, nous avons trouvé qu'elle se réalise avec un rendement de 85 pour 100 avec l'eau seule en présence d'une petite quantité de carbonate de potasse comme catalyseur.

On fait bouillir à l'ascendant pendant 5 heures 2^l d'eau, 218^g d'ester diéthoxyacétylacétique et 70^g de carbonate de potasse. On distille à sec et l'on dissout dans le distillat 400^g de carbonate de potasse. La diéthoxyacétone décante et on la sépare par quatre épuisements à l'éther. La solution éthérée est séchée et distillée, le rendement est de 125^g de diéthoxyacétone qui distille à 195° et 94°-95° sous 15^{mm} et donne une semicarbazone fondant à 91°.

Les dérivés organomagnésiens réagissent avec la plus grande facilité sur la diéthoxyacétone pour donner des diéthylines (formule III). On opère de la façon suivante :

On prépare suivant la technique habituelle un dérivé éthéromagnésien de Grignard en ayant soin de prendre des proportions convenables pour en avoir une molécule plus 5 pour 100. Après l'avoir refroidi avec de la glace et du sel, on y écoule goutte à goutte une solution d'une molécule de diéthoxyacétone dans cinq fois son poids d'éther. On agite de temps en temps. La réaction est très vive et il se forme généralement un précipité. On reprend par l'eau glacée additionnée d'acide acétique et l'on termine suivant la technique habituelle. Les rendements sont généralement très satisfaisants.

Nous avons ainsi obtenu : la méthyldiéthyline distillant à 73-74° sous 20^{mm}, l'isobutyldiéthyline distillant à 110° sous 25^{mm}, la benzyldiéthyline distillant à 154° sous 5^{mm}, l'anisyldiéthyline distillant à 149° sous 2^{mm}, la cyclohexyldiéthyline distillant à 160° sous 15^{mm}.

M. Sommelet [1] a déjà préparé l'isobutyldiéthyline par une tout autre méthode : la condensation de l'éther chlorométhylique $ClCH^2 — O — C^2H^5$ sur les éthers-sels par le magnésium amalgamé. Mais cette méthode ne donne que de faibles rendements et elle est d'une application beaucoup moins générale.

Nous nous proposons de continuer ce travail en utilisant plus particulièrement les diéthylines ainsi obtenues à de nouvelles synthèses, particulièrement à leur transformation en aldéhydes par la méthode de Sommelet ou leur emploi pour l'obtention de quinoléines β substituées par condensation avec les anilines.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide hypochloreux sur le 1-méthyl-Δ_3-cyclohexène actif.* Note de MM. **Marcel Godchot, Max Mousseron** et **Robert Granger**, présentée par M. Delépine.

Poursuivant nos recherches sur les composés optiquement actifs dans la série cyclanique, il nous a paru intéressant d'étudier l'action de l'acide hypochloreux sur le 1-méthyl-Δ_3-cyclohexène actif.

I. 1-*Méthyl-Δ_3-cyclohexène actif.* — Déjà signalé par divers chimistes,

---

[1] *Annales Chim. Phys.*, 8e série, 9, 1906, p. 539.

tels que Zelinsky (¹), Markownikoff (²), Zelikow (³), ce carbure est obtenu par déshydratation du 1-méthyl-3-cyclohexanol actif, préparé lui-même par hydrogénation à l'aide d'éther aqueux et de sodium de la 1-méthyl-3-cyclohexanone retirée de la pulégone. Par chauffage du méthylcyclohexanol actif en présence de 2 pour 100 d'acide sulfurique, on obtient le carbure brut; on le soumet à une série de distillations fractionnées à l'aide d'une colonne de $1^{m},50$ de hauteur remplie de perles de verre et suivie d'un rétrogradateur (⁴); on constate alors qu'il contient 95 pour 100 de 1-méthyl-Δ_3-cyclohexène attendu et 5 pour 100 de 1-méthyl-Δ_2-cyclohexène, ce dernier entrevu seulement par Markownikoff; examinés, ces deux carbures nous ont fourni les constantes suivantes :

	Eb_{743}.	d_{14}.	n^{D}_{14}.	$[\alpha]_{579}$.	$[\alpha]_{546}$.	$[\alpha]_{436}$.	$\frac{\alpha_{436}}{\alpha_{546}}$.
1-méthyl-Δ_3-cyclohexène.	102°,5	0,805	1,4445	106°,19	121°,11	210°,73	1,740
1-méthyl-Δ_2-cyclohexène.	104	0,803	1,4459	80°,44	91°,90	159°,90	1,739

Oxydés par le permanganate en solution diluée, le premier donne l'acide β-méthyladipique déjà connu ($F = 88°$, $\alpha_D = +8°,50$); l'autre, probablement l'acide α-méthyladipique actif non isolé jusqu'ici.

II. *Méthylhydroxychlorocyclohexanes.* — L'action de l'acide hypochloreux selon le procédé de Béhal et Detœuf (⁵) nous a fourni une chlorhydrine brute constituée par un mélange de quatre isomères répondant tous à la constitution d'une chlorhydrine du méthylcyclohexène ($C^7H^{13}OCl$). Markownikoff autrefois n'avait signalé que l'existence d'un composé qui, d'après nous, devait être un mélange. Pour séparer ces corps, on ne pouvait songer à le faire qu'en utilisant une excellente colonne à rectification, modèle simplifiée de celle de Podbielniak (⁶) et composée d'un tube de $1^{m},20$ de hauteur renfermant une spirale d'acier inoxydable. Un grand nombre de distillations nous a permis d'obtenir l'isolement des quatre chlorhydrines dont la pureté est caractérisée par un pouvoir rotatoire invariable et par l'analyse; les constantes physiques sont consignées ci-après :

(¹) *D. ch. Ges.*, 35, 1902, p. 2488.
(²) *Annalen der Chemie*, 336, 1904, p. 314.
(³) *D. ch. Ges.*, 37, 1904, p. 1377.
(⁴) Jaulmes, *Thèse de Sciences*, Montpellier, 1932.
(⁵) *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 1229.
(⁶) *Industrial Chemistry*, 1933, p. 119.

	$Eb_{16°}$	$d_{16°}$	$n^D_{16°}$	$\eta_{16°}$	$[\alpha]_{546°}$	$[\alpha]_{436°}$	$\frac{\alpha_{436}}{\alpha_{546}}$
	°				°	°	
A......	79	1,120	1,4832	0,0323	+20,14	+33,89	1,682
B......	91	1,113	1,4839	0,2292	− 6,32	−10,42	1,647
C......	93	1,107	1,4861	0,5557	+ 4,21	+ 6,91	1,643
D......	95	1,110	1,4848	0,5960	+11,45	+18,50	1,659

Notons la variation très importante des viscosités et des pouvoirs rotatoires.

Quelle est la constitution de ces quatre chlorhydrines ? L'acide hypochloreux peut se fixer de deux façons :

H^3C—(cycle)—Cl, OH et H^3C—(cycle)—OH, Cl ;

à chacun de ces composés correspondent quatre stéréoisomères possibles. On sait d'autre part, d'après les travaux de Bieber ([1]), de Kotz et Steihorst ([2]), de l'un de nous et de Bedos ([3]), que, dans cette réaction, le chlore se place le plus loin possible du groupe méthyle; s'il en est toujours ainsi, et nous nous proposons de le vérifier à nouveau, les quatre corps A, B, C, D peuvent être représentés par les quatre formules de constitution suivantes :

—CH³ —OH —Cl   —CH³ HO— —Cl   —CH³ —OH Cl—   —CH³ HO— Cl—

ces quatre chlorhydrines étant les composés cis et trans prévus par la théorie.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques alcools tertiaires dérivés de l'oxyde de mésityle.* Note de M. **René Jacquemain**, présentée par M. Delépine.

L'oxyde de mésityle traité par les magnésiens doit donner, ainsi que la théorie le fait prévoir, une série d'alcools tertiaires répondant à la formule

---

([1]) *Thése*, Gœttingen, 1906.
([2]) *Annalen der Chemie*, **379**, 1911, p. 20.
([3]) *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 1184.

générale

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}\!\!>C=CH-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}\!\!<\!\!\begin{matrix} CH^3 \\ R \end{matrix}.$$

Seul le premier terme de cette série avait été préparé par Fellenberg (1), Le 2.4-diméthyl-pentène-(2)-ol-(4) est un liquide d'odeur camphrée, $Éb_{14}=46°$.

Pour obtenir quelques homologues supérieurs, j'ai fait réagir sur l'oxyde de mésityle le bromure d'éthylmagnésium, le bromure de *n*-propylmagnésium, le bromure de *n*-butylmagnésium.

La condensation de l'organomagnésien et de l'oxyde de mésityle se fait normalement. Cependant, pour obtenir finalement l'alcool tertiaire cherché, on doit éviter d'utiliser les iodures d'alcoyles et de catalyser par l'iode l'attaque du magnésium, l'alcool obtenu dans ces conditions se déshydratant en majeure partie lors de la rectification. Le magnésien est titré par la méthode de Job et Reich. La condensation de l'oxyde de mésityle est assez violente et il est nécessaire de refroidir. Après décomposition, la solution éthérée est rendue parfaitement neutre par agitation avec du carbonate de sodium, puis séchée sur du sulfate de sodium. L'éther est chassé sous un vide léger puis on distille le résidu dans le vide en utilisant une colonne de Vigreux de 20^{cm} de pointes. Il est nécessaire pour obtenir un produit pur de faire trois à quatre rectifications. J'ai obtenu :

1° *2.4-Diméthylhexène-(2)-ol-(4)*, $CH^3-\underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{C}}=CH-\overset{\displaystyle CH^3}{\overset{|}{\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}}}-CH^2-CH^3$. — Liquide incolore, odeur agréable de menthe un peu camphrée. $Éb_{3-6}=48°\text{-}50°$; $d_0=0,8747$; $d_4^{17,2}=0,8600$; $n_D^{17,2}=1,4460$; R. M_D tr. 39,73; R. M_D calc. 40,20.

Calculé pour $C^8H^{16}O$: P. M., 128; C %, 75; H %, 12,5. Trouvé : P. M., 126-129; C %, 74,92; H %, 12,86;

2° *2.4-Diméthylheptène-(2)-ol-(4)*, $CH^3-\underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{C}}=CH-\overset{\displaystyle CH^3}{\overset{|}{\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}}}-CH^2-CH^2-CH^3$. — Liquide huileux incolore, à odeur d'anis et de menthe. $Éb_{5,6}=66°\text{-}68°$; $d_0=0,8641$; $d_4^{16,6}=0,8508$; $n_D^{16,6}=1,4500$; R. M_D tr. 44,89; R. M_D calc. 44,82.

Calculé pour $C^9H^{18}O$: P. M., 142; C %, 76,05; H %, 12,67. Trouvé : P. M. 141-142; C %, 76,02; H %, 12,85.

(1) FELLENBERG, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 37, 1904, p. 3578.

3° 2.4-*Diméthyloctène*-(2)-*ol*-(4),

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} & & & & & & CH^3 & & & & & & & & \\ & & & & & & | & & & & & & & & \\ CH^3 & - & C & = & CH & - & C & - & CH^2 & - & CH^2 & - & CH^2 & - & CH^3. \\ & & | & & & & | & & & & & & & & \\ & & CH^3 & & & & OH & & & & & & & & \end{array}$$

— Liquide huileux incolore, d'odeur anisée. $Éb_{5,4-3} = 78°,5\text{-}80°,5$; $d_0 = 0,8603$; $d_4^{19.2} = 0,8447$; $n_D^{19,2} = 1,4507$; R. M_D tr. 49,74; R. M_D calc. 49,43. Calculé pour $C^{10}H^{20}O$: P. M. 156; C %, 76,92, H %, 12,82. Trouvé : P. M. 155-157; C %, 77,08; H %, 13,17.

Ces alcools sont caractérisés par une grande facilité de déshydratation. Un chauffage un peu prolongé sous une pression légèrement supérieure à celle indiquée pour la rectification, provoque la perte d'une molécule d'eau avec obtention d'un carbure diéthylénique. Ceci a déjà été signalé par le premier terme par M. Grignard [1]. J'étudie actuellement ces carbures.

Il est à remarquer que sous l'influence du temps, l'alcool brut se déshydrate lentement, mais que l'alcool pur peut être conservé plus de six mois sans variation de son indice de réfraction.

Par action de l'isocyanate de phényle sur ces alcools (en proportions équimoléculaires), on obtient en quelques heures, à froid, de belles aiguilles. Après recristallisation dans l'alcool éthylique, ces aiguilles fondent, quel que soit l'alcool tertiaire, entre 235° et 240°. Il n'y a donc pas formation de phényluréthane mais de diphénylurée (F. 235°) obtenue par suite de la déshydratation de l'alcool par l'isocyanate de phényle.

L'identification de la diphénylurée est vérifiée par un dosage d'azote. Calculé pour $C^{13}H^{12}N^2O$; N %, 13,20. Trouvé : N %, 13,28.

MINÉRALOGIE. — *Nouvelles observations sur les minéraux du bassin du Niari* (*A. É. F.*). Note de MM. **V. Lebedeff** et **G. Choubert**.

Au cours d'une mission d'études aux gisements métallifères du bassin du Niari effectuée en 1933, un de nous (V. L.) a pu récolter une collection minéralogique importante et très variée. L'étude de cette collection a révélé la présence d'une série de minéraux nouveaux ou rares pour la région. Les minéraux décrits dans cette Note proviennent du gisement de M. Fouati, situé sur la rive droite du Lutété, affluent gauche du Niari.

Ce gîte se trouve dans des calcaires redressés et écrasés qui appartiennent

---

(1) Grignard, *Ann. de Chim.*, 7e série, **24**, 1901, p. 477.

à la série schisto-calcaire [1]. La direction moyenne des couches est environ E-W et leur pendage vers le Sud qui est généralement très fort, peut par endroits dépasser même la verticale.

La minéralisation est très complexe. La masse principale du minerai est formée par de la *calamine* compacte ou en cristaux translucides fibreux ou lamellaires et par de la *smithsonite* en croûtes souvent zonées. Elles sont accompagnées de minéraux très variés de Zn, de Pb et de Cu, tels que la willémite, la galène, la cérusite, la calcosine, la malachite, le dioptase, etc. Outre ces minéraux, communs dans les gisements du bassin du Niari, nous avons reconnu la descloizite, la vanadinite, la phosgénite et la wulfénite.

La *descloizite* a été déjà observée par M. A. Lacroix dans le gisement de Renéville, où elle accompagnait la dioptase. Les cristaux récoltés à M'Fouati sont exceptionnellement grands et peuvent atteindre jusqu'à 6mm de plus grande dimension.

La plupart des cristaux de ce minéral qui est orthorhombique se présentent sous forme d'octaèdres $b^{\frac{1}{2}}$ accompagnés parfois du prisme m très court. Quelques individus montrent aussi des petites facettes g^2. Ainsi, à l'exception des troncatures a_2, les formes observées par M. A. Lacroix dans le gisement de Saïda (Algérie) [2] se retrouvent à M'Fouati. Les mesures des angles ont donné les résultats suivants, qui, malgré leur peu de précision (30′ en moyenne), due à l'imperfection des faces ou à leur légère courbure, permettent de reconnaître les valeurs des angles théoriques :

	Angles calculés.	Angles mesurés.	
mm (sur g^1)	64°.22′	65°. 0′	–
mg^2	150. 5	150. 0	149°.40′
$mb^{\frac{1}{2}}$	147. 0	146.40	–
$b^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$ (côté)	89.40	89.20	–
$b^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$ (sur m)	114. 0	113.30	–

(1) V. Babet, *Étude géologique de la zone du chemin de fer Congo Océan et de la région minière du Niari et du Djoué*. Paris, Larose, 1929, p. 61-69 et 100; *Observations géologiques dans la partie méridionale de l'A. E. F.* Paris, 1932, p. 97-103 et 132.

(2) A. Lacroix, *Bull. Soc. fr. Min.*, 31, 1908, p. 44-46; *Minéralogie de la France et de ses Colonies*, 4, 1910, p. 427-429.

Des essais chimiques qualitatifs ont confirmé cette détermination.

Les cristaux de descloizite sont généralement implantés sur la vanadinite et la pyromorphite. L'ordre de dépôt de ces sels est donc inverse de celui que M. A. Lacroix a constaté à Saïda.

La *vanadinite* de M. Fouati mérite aussi d'attirer l'attention. Elle est recouverte d'une mince croûte de pyromorphite, ce qui lui donne une couleur jaunâtre ou même blanche. Cette coloration pourrait prêter à confusion si ce n'était la forme caractéristique des cristaux de vanadinite : prisme hexagonal avec troncatures a^1 que les cristaux de pyromorphite ne possèdent qu'exceptionnellement. Si l'on enlève la croûte de phosphate, la couleur rouge orangé caractéristique de la vanadinite réapparaît et permet de reconnaître l'espèce minérale. Des essais qualitatifs pour la recherche du vanadium ont donné les mêmes résultats que pour la descloizite.

Les prismes de vanadinite se trouvent dans les cavités des masses cristallines caverneuses du même minéral, constituées par des cristaux enchevêtrés de grandes dimensions (plus d'un centimètre) qui se sont rencontrés pendant leur croissance et ont été ressoudés par des venues minéralisées successives. Dans d'autres cas des blocs de terre rouge, plus ou moins consistante, sont tapissés de petits cristaux de pyromorphite au-dessus desquels se dressent de beaux prismes hexagonaux de vanadinite pouvant atteindre 6^{mm} de longueur. La terre rouge, qui les supporte, donne faiblement la réaction du vanadium avec H^2O^2 en solution nitrique.

Ces minéraux de même que les terres rouges et noires imprégnées de vanadates qui les accompagnent forment des nids et des poches dans le minerai calaminaire de M'Fouati.

Les autres minéraux intéressants à signaler sont les suivants :

1° la *phosgénite*, qui se trouve généralement associée à la cérusite et qui forme des cristaux d'assez grandes dimensions (plusieurs centimètres) de couleur jaunâtre, ils ne présentent pas de formes géométriques très nettes. Leurs caractères optiques (uniaxe, négatif) et leur densité (6,74) ont été vérifiés;

2° la *wulfénite*, qui a été rencontrée dans des blocs compacts rouges d'un minerai plombo-zincifère de surface. Elle se présente en beaux cristaux quadratiques tabulaires d'un jaune caractéristique qui sont parfois admirablement conservés.

GÉOLOGIE. — *Sur l'affleurement du socle ancien des Petites Antilles dans l'île de la Désirade (Guadeloupe).* Note de M. L. BARRABÉ.

L'île de la Désirade, la plus orientale des dépendances de la Guadeloupe, située à 5^{km} au large des côtes de la Grande-Terre, a toujours été considérée jusqu'ici comme entièrement calcaire. En réalité, sa constitution est beaucoup plus complexe.

La Désirade est longue de 11^{km} suivant une direction WSW-ENE, et large de $1^{km},5$ à 2^{km}. Sa partie centrale est occupée par un plateau qui s'abaisse doucement du Sud-Ouest (270^{m}) au Nord-Est (200^{m} environ) et qui est bordé de toutes parts par des escarpements particulièrement abrupts au Nord. L'extrémité occidentale de l'île est accidentée de collines peu élevées (150^{m} au maximum) et aux pentes beaucoup moins raides que les flancs du plateau central. Enfin, l'extrémité orientale est occupée par un plateau vallonné, aux versants assez doux, sauf au Nord où il est bordé par une falaise de 60^{m} de hauteur moyenne.

Des calcaires, probablement miocènes, généralement riches en *Lithophyllum*, *Amphiroa* et Amphistégines, constituent la presque totalité de la partie occidentale de la Désirade; ils s'ennoient au Sud sous les sables littoraux et c'est seulement en bordure de la côte nord que le substratum de ces calcaires apparaît. Dans la partie centrale de l'île, les mêmes calcaires forment une table épaisse de 50^{m} en moyenne qui couronne le plateau et qui se raccorde semble-t-il, par une flexure-faille, avec les calcaires de la partie occidentale de l'île. Enfin, dans la partie orientale, la couverture calcaire est absente et il n'existe à la surface du plateau que quelques témoins d'un conglomérat à galets de roches éruptives et à ciment calcaire qui représente la base du Miocène.

En bordure de la côte nord de l'île, depuis la Pointe Frégate, à l'Ouest, jusqu'à l'extrémité est du plateau central, le substratum des calcaires miocènes est constitué par un massif éruptif sillonné par de nombreux filons discontinus et de teinte sombre. La roche qui le constitue renferme très peu d'orthose et beaucoup de plagioclases (andésine) avec de la hornblende verte en partie chloritisée; on peut donc la considérer comme un diorite quartzifère ou granodiorite. Parfois d'ailleurs le quartz est peu abondant. La zone profonde du massif, laquelle affleure au milieu de la côte nord, au lieudit la Rivière, est formée par un granodiorite à grain

moyen, tandis qu'au-dessus et de part et d'autre le grain devient très fin et la roche tend vers un microgranodiorite. Les filons sombres sont presque tous constitués par une dolérite quartzifère fortement chloritisée et épidotisée.

Dans l'extrémité orientale de l'île, le substratum des calcaires affleure très largement et comporte surtout des roches volcaniques, en particulier des andésites et des rhyolites avec quelques intercalations de tufs (Nord-Est du phare). Cependant au Nord de Baie Mahault et de la Léproserie affleure une roche verdâtre, traversée par d'innombrables filonnets de quartz blanc et qui paraît être une roche volcanique ou un tuf métamorphisé. Le bord sud du plateau central est constitué par les mêmes roches que le plateau oriental, j'y ai recueilli en outre des obsidiennes dévitrifiées. Toutes ces roches sont rubéfiées et parfois latéritisées, ce qui donne à ce versant un aspect bien différent de celui de l'escarpement nord.

Ainsi, sous les calcaires miocènes de la Désirade, dont l'épaisseur ne dépasse pas 150^{m}, *émerge un socle antémiocène comportant un massif intrusif granodioritique et des coulées andésitiques et rhyolitiques contemporaines vraisemblablement de cette intrusion*, les filons lamprophyriques du massif ayant pu donner naissance aux coulées andésitiques. Seuls les affleurements du Nord de Baie Mahault sont probablement antérieurs aux venues granodioritiques.

Jusqu'ici aucun affleurement granodioritique n'était connu dans les Petites Antilles, bien que M. A. Lacroix ait signalé des blocs de diorite quartzifère dans des produits de projection volcanique de la Guadeloupe et de la Martinique [1]. Dans Antigua, le socle ancien est formé par des andésites associées à des tufs qui rappellent beaucoup les formations volcaniques de l'Est de la Désirade; mais il faut atteindre Porto Rico et Haïti pour retrouver des affleurements de granodiorites. Ce sont en majeure partie des intrusions datant du Crétacé terminal ou de la base de l'Éocène; quelques-unes seulement (Haïti) paraissent post-miocènes. Les granodiorites de la Désirade étant antémiocènes se rapportent probablement à la série intrusive la plus ancienne d'Haïti et de Porto-Rico. Cette série elle-même corres-

---

(1) M. A. Lacroix me signale d'autre part qu'il possède des échantillons de diorite provenant de Saint-Martin. Ce renseignement concorde avec l'existence d'affleurements éruptifs (granites?) à Saint-Barthélemy qui m'a été signalée par le Dr Tarra. Des gisements de galène argentifère existent d'ailleurs dans cette île et appartiennent certainement aussi au socle éruptif ancien.

pond aux grosses intrusions du même type qui marquent la fin de la phase orogénique laramienne dans les cordillières de bordure du Pacifique dans les deux Amériques.

GÉOLOGIE. — *Sur un conglomérat de base dans le Cambrien des Monts de Lacaune et sur l'âge antécambrien des formations granitiques du Mendic près de Graissessac (Hérault).* Note de MM. **J. Blayac**, **A. Michel-Lévy** et **M. Thoral**, présentée par M. Ch. Jacob.

Nous avons précédemment signalé (1) qu'il existait, à la base des terrains cambro-siluriens des Monts de Lacaune, des arkoses riches en débris de microcline et avec tourmaline clastique. Ces arkoses, bien stratifiées et à grains assez grossiers à la Cabane, au Sud-Ouest du Col de Layrac, ou sur la route au Nord-Est du Coural, passent progressivement à leur partie inférieure à la formation laminée, silicifiée et séricitisée, avec épaves de quartz et de microline, appelée blaviérite par Bergeron (2). Cette formation, que nous avions d'abord considérée comme étant, dans son intégralité, une mylonite de granulite, nous apparaît aujourd'hui, au moins en majeure partie, comme une mylonite d'un puissant niveau arkosien et conglomératique.

En effet, aux parties supérieures formées d'arkoses bien reconnaissables, succèdent en profondeur des niveaux très schistosés qui montrent, sur la surface des lits, de larges taches irrégulièrement arrondies, soit verdâtres ou jaunâtres, parfois gris sombre, satinées, soit rosées et granuleuses, accompagnées de noyaux de quartz en ellipsoïdes déformés; sur la tranche, ces diverses parties sont sans épaisseur sérieuse. Nous avons pensé dès l'abord qu'il s'agissait d'anciens galets de schistes et de matériel granulitique, écrasés et laminés. La plaque mince, au microscope, ne montrait que des roches déformées, quartzifiées et séricitisées.

L'un de nous a trouvé la confirmation de cette hypothèse dans la découverte, au sein de roches analogues partiellement laminées, de galets assez bien conservés, au moins dans leur structure, pour permettre leur identification. Les dimensions de ces galets atteignent 20^{cm} de long; la plupart ne dépassent pas 1 à 2^{cm}.

---

(1) Alb. Michel-Lévy, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1366.

(2) J. Bergeron, *Annales des Sciences géologiques*, 22, 1889, p. 67-73.

Les principaux gisements sont ceux de Rocozels, du Masnau et de la Frézie, près Tauriac (Aveyron).

Les roches qui y ont été reconnues sont : un microgranite à mica noir, des séricitoschistes à andalousite en taches séricitisées, des schistes et quartzites sériciteux, enfin des roches volcaniques fluidales à rapprocher, d'une part d'une oligoclasite ou d'un albitophyre, d'autre part d'une rhyolite plus ou moins obsidiennique.

Cette découverte vient confirmer l'*attribution à l'âge antécambrien des formations du massif granulitique du Mendic,* que nous avions antérieurement suggérée. C'est en effet la granulite du Mendic et son cortège de roches métamorphisées qui, exondés au début du Cambrien, ont fourni le matériel des arkoses et conglomérats de la base de ce Cambrien. Le microgranite en galets est le même que celui du Col de l'Affenadou qui appartient au substratum du Mendic.

L'existence d'un volcanisme contemporain est prouvée, en outre, par les galets d'oligoclasite, qu'accompagne d'ailleurs une coulée interstratifiée de la même roche, près de Rocozels.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur les variations de la conductibilité de l'air dans les grottes.* Note de MM. **C. Dauzère** et **J. Bouget**, présentée par M. Ch. Maurain.

L'un de nous a signalé récemment [1] les valeurs très grandes de la conductibilité de l'air, obtenues dans une grotte du département de l'Aveyron (Salles-la-Source, Tyndoul de la Vaissière), ainsi que l'attraction de la foudre qui en est la conséquence. Nous avons trouvé des résultats analogues dans quelques grottes des environs de Bagnères-de-Bigorre, dont nous avons fait une étude systématique depuis le mois de novembre 1932.

Les résultats les plus complets ont été obtenus à la Grotte des Fées, qui se trouve sur la surface de contact du terrain métamorphique du Mont-Olivet (gneiss) avec le calcaire jurassique du Bédat. La partie accessible de cette grotte est une galerie descendante, dont la longueur ne dépasse pas une vingtaine de mètres; un ruisseau provenant d'une source voisine disparaît à l'extrémité; les châtaigniers qui entourent l'ouverture de la grotte, portent presque tous les marques très nettes des coups de foudre qui les ont frappés autrefois.

---

[1] *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1684.

Nous avons commencé nos mesures le 25 novembre 1932 et nous les avons poursuivies jusqu'au 7 décembre 1933. Nous avons fait 25 mesures dans lesquelles nous avons déterminé les deux conductibilités λ_+ et λ_- à l'aide de l'appareil portatif d'Elster et Geitel, modifié comme nous l'avons indiqué dans une autre publication [1].

Le rapport des deux conductibilités λ_+/λ_- a été 3 fois supérieur à l'unité, 22 fois inférieur, ce qui indique que les ions négatifs sont presque toujours les plus nombreux dans la grotte.

Du 23 novembre 1932 au 27 janvier 1933, la conductibilité totale $(\lambda_+ + \lambda_-)$ a varié entre $1,15 \times 10^{-4}$ et $6,25 \times 10^{-4}$ U. E. S. Au 1er avril, elle était égale à $20,29 \times 10^{-4}$. Elle a gardé pendant tout l'été des valeurs très grandes, dont le maximum mesuré a été $84,50 \times 10^{-4}$ le 20 mai; elle était encore égale à $40,36 \times 10^{-4}$ le 4 novembre. Elle a baissé brusquement entre le 4 et le 6 novembre; ce dernier jour, elle n'était plus que $1,69 \times 10^{-4}$. Depuis lors, elle se maintient à une faible valeur, comme l'an dernier à la même saison; nous nous attendons à retrouver au printemps de 1934 les fortes conductibilités observées au printemps de 1933. Il semble donc qu'il y ait pour cette grotte, des variations périodiques annuelles de la conductibilité, les valeurs maxima d'été étant 50 à 60 fois plus grandes que les valeurs minima d'hiver.

Nous avons observé des variations analogues dans d'autres grottes des environs de Bagnères. Par exemple, à la base du Castelmouly, se trouve une grotte creusée dans le calcaire jurassique. Elle se compose d'une galerie légèrement descendante, d'une centaine de mètres de longueur, à l'extrémité de laquelle se trouve une grande salle; nous avons fait dans celle-ci un petit nombre de mesures, dont les résultats figurent dans le tableau ci-dessous :

	Thermomètre			
Date.	sec.	mouillé.	$\lambda_+ + \lambda_-$.	λ_+/λ_-.
	°	°		
22 décembre 1932	9,8	9,2	2,68	1,16
4 janvier 1933	9,5	9,2	28,95	0,90
12 janvier 1933	9,3	9,1	34,84	0,41
27 janvier 1933	9,2	–	2,96	1,28
11 mai 1933	9,6	9,2	40,04	0,93
24 janvier 1934	9,1	9,0	3,41	1,08

(1) *Bull. Soc. encouragement pour l'industrie nationale*, **141**, octobre 1933, p. 509.

Ces nombres montrent encore des variations alternées, mais la période paraît beaucoup plus courte que dans la Grotte des Fées.

En résumé, contrairement à la température et à l'état hygrométrique, dont les valeurs restent à peu près constantes dans les grottes, la conductibilité électrique de l'air éprouve des variations alternées, dont l'amplitude est considérable.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude de l'ozone atmosphérique au Pic du Midi par visée directe du Soleil jusqu'à l'horizon.* Note de M. **J. Gauzit**, présentée par M. Ch. Fabry.

Pendant un séjour d'un mois à l'Observatoire du Pic du Midi, j'ai pu faire une étude assez complète de l'ozone atmosphérique grâce à mon spectrophotomètre visuel ([1]), qui m'a permis de suivre aisément le Soleil jusqu'à l'horizon.

Les déterminations de l'intensité du rayonnement solaire pour une dizaine de longueurs d'onde permettent d'évaluer la densité optique δ de l'ozone atmosphérique dans la direction du Soleil à diverses hauteurs. Pour légitimer les interpolations nécessaires à la détermination de cette densité optique δ, j'ai employé trois méthodes différentes de calcul qui m'ont donné des résultats concordants.

Pour tirer d'une série de mesures journalières quelques idées sur la répartition de l'ozone dans l'atmosphère, il faudrait être certain que l'ensemble de ces mesures est relatif à une répartition d'ozone bien définie. Une variation dans le temps est assez improbable car les observations ne durent pas plus de 2 heures. Au contraire, sur une grande distance horizontale la proportion d'ozone ne reste pas en général constante; or le calcul montre que, si l'altitude de la couche d'ozone est 50^{km}, des rayons horizontaux la traversent à 800^{km} environ du lieu d'observation.

Le tableau suivant contient les résultats de quelques mesures; on y trouvera la densité optique δ de l'ozone atmosphérique pour la radiation de longueur d'onde $\lambda = 6100\,\mathring{A}$ en fonction de la masse d'air m traversée (en prenant pour unité la masse d'air suivant la verticale, au-dessus du Pic); j'indique en bas de chaque colonne l'épaisseur e d'ozone au zénith :

([1]) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 892.

	18 août 1933 (soir).	19 août 1933 (matin).	23 août 1933 (soir).	24 août 1933 (matin).	28 août 1933 (matin).
	cm	cm	cm	cm	cm
$m =$ 5	0,038	0,038	0,085	0,039	0,0625
10	0,068	0,068	0,152	0,075	0,0965
15	0,0875	0,075	0,177	0,097	0,110
20	0,1015	0,086	0,177	0,111	0,122
25	0,1125	0,128	0,159	0,122	0,130
30	0,122	0,150	0,145	0,134	0,1365
35	0,131	?	0,138	0,145	0,1395
e	0,158	0,159	0,354	0,165	0,260

Les résultats du 19 et du 23 août sont sans doute explicables par des irrégularités dans la distribution de l'ozone. Le matin du 19 août l'ozone est beaucoup plus abondant vers l'Est; l'existence d'une vague à grande concentration d'ozone se déplaçant de l'Est vers le Pic est rendue vraisemblable par les mesures de l'après-midi qui donnent, au-dessus du Pic, une épaisseur beaucoup plus grande que le matin ($e = 0^{cm},255$).

Le soir du 23 août, au contraire, δ décroît vers l'horizon; je pense pouvoir interpréter ce fait par une teneur plus faible en ozone de la région Ouest, que semble confirmer la présence d'un anticyclone sur l'Atlantique.

Pendant les trois autres journées d'observations (18, 24 et 28 août) les conditions atmosphériques étaient meilleures et l'uniformité de la couche d'ozone très probable sur une grande distance autour du Pic. Ces conditions favorables, m'ont permis de mettre en évidence un fait remarquable : l'augmentation sensible et régulière de δ depuis $m = 20$ ou 25 jusqu'à l'horizon. Cette augmentation est en contradiction avec l'hypothèse d'une simple couche d'ozone élevée qui donnerait une variation de δ beaucoup plus faible; quelle que soit l'altitude adoptée pour cette couche, il est impossible d'expliquer les résultats.

Une *hypothèse* simple consiste à envisager pour l'ozone atmosphérique une double répartition : d'une part une couche mince élevée, d'autre part une masse disséminée dans toute l'atmosphère et proportionnelle à la masse d'air traversée. J'obtiens ainsi :

	Altitude de la couche.	Proportion d'ozone diffus.
	km	%
Le 18 août	18 (1)	25
Le 23 août	20	30
Le 28 août	45	8

(1) Au-dessus du Pic.

On peut aussi exprimer la quantité d'ozone qui se trouve dans l'atmosphère diffusante en calculant l'épaisseur d'ozone pur qui se trouve, en moyenne, dans un kilomètre d'air à la pression normale, soit :

Le 18 août	70.10^{-4} cm
Le 24 août	85 »
Le 28 août	35 »

Cette dernière mesure, que je considère comme la meilleure (le 28 août le gradient barométrique était très faible dans nos régions), conduit à une teneur en ozone de l'atmosphère diffusante très analogue à celles obtenues par des mesures directes au voisinage immédiat du sol [1].

Il semble donc qu'une ascension de plusieurs kilomètres dans la troposphère ne donnerait pas d'augmentation sensible.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Radioactivité de l'air de l'habitation de l'Observatoire du Pic du Midi.* Note de M. **Hubert Garrigue**, présentée par M. Ch. Maurain.

L'étude systématique de la conductibilité spontanée de l'air en vase clos, dans deux appareils [2] construits à l'Institut de Géophysique du Pic du Midi, a permis de déceler la présence d'émanations radioactives en quantité anormale, pendant la saison des neiges [3], dans l'atmosphère de l'habitation de l'Observatoire du Pic du Midi, à 2860^m d'altitude.

1° L'un des appareils de 7 litres de capacité (à électromètre de Lindemann) est rempli d'air frais desséché et purifié, prélevé dans l'intérieur de l'habitation le 22 mars 1933.

On note le temps que met la sonde électrométrique pour se charger à un potentiel déterminé :

---

(1) Fabry et Buisson, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 457; Buisson, Jausseran, Rouard, *Revue d'Optique*, **12**, 1933, p. 70; Götz et Maier-Leibnitz, *Zeitschrift f. Geophysik*, **9**, 1933, p. 253.

(2) Appareils utilisant l'un l'électromètre de Lindemann, l'autre l'électroscope à feuille d'or, et décrits dans les *Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes* de 1933, à Toulouse.

(3) De novembre à juin.

Époque (1933).	Temps.	Production correspondante en ions par cm³/sec. dans le vase clos.
	m s	
14 mars	0. 9	930
16 »	0.12	
18 »	0.15	–
22 »	0.30	280
24 »	0.56	–
26 »	1.10	–
28 »	1.24	–
30 »	1.45	–
1er avril	2. 0	
8 »	5.20	
9 mai	14.15	–
15 »	17.33	
18 »	26. 0	7

La disparition de l'activité se fait avec une période de 4 jours environ.

2° L'autre appareil de 3 litres de capacité (à feuille d'or) est rempli d'air frais purifié et desséché prélevé au même endroit, le 5 décembre 1932. On note le temps que met la feuille à se décharger d'une quantité déterminée :

Époque.	Temps.	Production en ions cm³/sec.
5 décembre 1932	8 secondes	2000 ions
25 décembre 1932	4 minutes	–
3 janvier 1933	16 minutes	–

Le 23 mars, l'air du vase d'ionisation est remplacé par de l'air frais prélevé dans une pièce située à 30^{m} du Laboratoire :

Époque.	Temps.	Production en ions cm³/sec.
23 mars 1933	40 secondes	400 ions
21 juillet 1933	36 minutes	–

La disparition de l'activité se fait là encore avec une période de 4 jours environ.

3° La production limite d'ions dans les deux cas (lorsque l'activité spontanée a disparu) est de l'ordre de 7 ions par centimètre cube et par seconde. Si, lorsque cet équilibre est atteint, on remplace l'air des vases d'ionisation par de l'air frais prélevé dans les mêmes conditions, mais en période d'été (¹), on trouve :

(¹) Disparition totale des neiges, août-septembre.

	Époque.	Vitesse de décharge.	Production d'ions.
Électroscope à feuille d'or (air frais le 20 juillet 1933).	21 juillet	36^m.40^s	8
	30 juillet	44	8
Électromètre de Lindemann (air frais le 29 juillet 1933).	20 juillet	–	7,27
	25 août	–	6,43

L'ionisation spontanée de l'air de l'habitation, due à sa radioactivité propre, du type Radon, est donc au moins 1000 fois plus faible en période d'été qu'en période de neige (¹).

Une installation électrométrique d'enregistrement continu de l'activité de l'air du sol et de l'atmosphère est en construction à l'observatoire du Pic du Midi.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Étude spectroscopique du bois du « Pino Sylvestre » de Rascafria (Espagne).* Note (²) de M. **Léon Lemmel**, présentée par M. G. Urbain.

Pour des recherches (³) sur les dérivés phénoliques de la lignine j'ai employé comme matière première le bois du Pino Sylvestre de Rascafria. Il était intéressant de connaître le plus exactement possible sa composition chimique.

J. Schröder (⁴), J. König, E. Rump, E. Gottlieb (⁵) auraient trouvé dans différents bois 0,22, 0,28-0,33 pour 100 de cendres. J'ai trouvé comme terme moyen de 5 déterminations 0,24 pour 100.

Différents chercheurs (⁶) avaient trouvé dans le bois : Ca, Mg, Na, K, Si, P, Fe et Al (?). M. E. Wedekind a bien voulu me communiquer que

(¹) *Loc. cit.*

(²) Séance du 8 janvier 1934.

(³) L. Lemmel, *An. Soc. esp. fis. y quim.*, **30**, 1932, p. 601; **31**, 1933, p. 50.

(⁴) J. Schröder, *Tharand, Forstl. Jahrbuch*, **24**, 1874, p. 177; *Forstch. u. pflanz. phys. Unt.*, H. 1, 1878, p. 1.

(⁵) E. Gottlieb, *Journ. für prakt. Chemie*, 2ᵉ série, **28**, 1883, p. 385.

(⁶) Basil Wolff, *Aschenanalysen*, I, 1871; II, 1880; R. Hornberger, *Landw. Vers.-St.*, **29**, 1883, p. 281; C. Councler, *Just.*, **1**, 1886, p. 161; A. Grün, *Ber. d. chem. Ges.*, **41**, 1908, p. 3465; **43**, 1910, p. 1051; E. Ramann et B. Gossener, *Landw. Vers.-St.*, **76**, 1911, p. 117; W. Schmeil, *Zellstoff u. Papier*, **1**, 1921, p. 153; Hess, *Chem. d. Zellulose*, 1928, p. 217 et 221; Czapek, *Biochem. der Pflanzen*, **2**, 1925, p. 407 et 410.

M. Goldschmidt de Göttingen a trouvé aussi du bore dans le bois de hêtre.

J'ai voulu compléter ces résultats par une analyse spectrale que j'ai exécutée selon les indications de M. S. Piña de Rubies.

La zone ultraviolette étudiée est comprise entre $\lambda = 2330$ Å et $\lambda = 3400$ Å. Nous avons fait différents spectrogrammes dans différentes conditions pour éliminer les erreurs possibles imputables aux impuretés du charbon; nous avons obtenu plusieurs spectres avec du courant continu de 110 et 220 V, utilisant comme supports des charbons de 7^{mm}. Pour Al, Mg et Pb nous avons employé du graphite très pur; et pour le bore nous avons travaillé avec des électrodes de cuivre électrolytique. L'existence du bore a été aussi contrôlée par voie chimique. La dispersion de l'appareil employé donnait 3 Å par millimètre pour $\lambda = 2600$ Å.

Comme résultat de nos recherches nous pouvons signaler comme étant contenus dans le bois étudié : Ca, Mg, Na, K, Mn, Al, B, Pb, Ag, P, Fe, Si, Cr (?) et Sn (?).

CYTOLOGIE. — *Existence, sur les flagelles, de filaments latéraux ou terminaux (mastigonèmes).* Note de M. **Georges Defrandre**, présentée par M. M. Caullery.

Les ouvrages généraux de protistologie et de cytologie sont muets sur la structure fine des flagelles : ces organites cellulaires y sont considérés comme simplement formés d'une fibrille axiale, probablement contractile, et d'une gaine de nature protoplasmique parfois rubanée. Certains mentionnent également l'existence d'un filament très ténu, analogue au *filum terminale* des spermatozoïdes. Les découvertes de Löffler, Fischer, Boye, Petersen et d'autres, dont les plus anciennes remontent à quarante-cinq ans, sont restées dans l'ombre, niées par les uns, inconuues des autres. Leurs méthodes, diverses dans le détail, mais semblables au fond (violent mordançage, brutale coloration) ont motivé en partie cette défaveur.

L'application de ma méthode des frottis secs à la nigrosine (1923) me permet cependant de venir confirmer d'une manière indiscutable l'ensemble des résultats de ces auteurs. Cette méthode, dans le cas présent, est totalement à l'abri des critiques justifiées qu'on a élevées contre les méthodes de Löffler-Körner-Fischer, accusées avec raison d'engendrer souvent des artifices de préparation. La méthode à la nigrosine, simple modification du vieux procédé à l'encre de Chine de Burri, donne des images contrastées,

blanches sur le fond gris foncé, donné par la couche homogène du colorant desséché.

Dans ces conditions, le flagelle des Eugléniens apparaît pourvu, sur toute sa longueur depuis sa sortie du vestibulum, d'une rangée de cils ou poils ténus, régulièrement espacés, inclinés vers la partie distale du flagelle. Ces cils, que je désignerai désormais sous le nom de *mastigonèmes*, ont une longueur qui peut atteindre 3 à 4$^{\mu}$; leur diamètre, autant qu'on peut

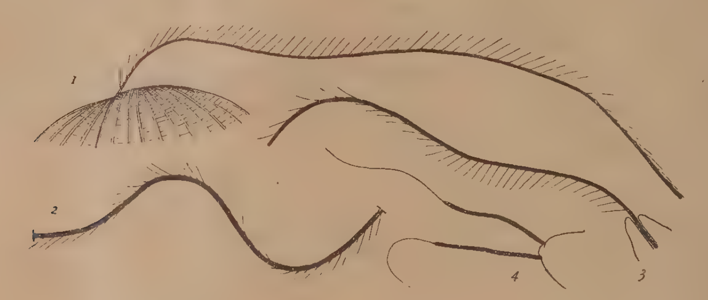


Fig. 1 à 3. Mastigonèmes latéraux des Eugléniens (1, *Phacus pleuronectes;* 2, *Euglena proxima*. portion du flagelle; 3, *Astasia Dangeardii*). — Fig. 4. Mastigonèmes terminaux d'une Phytomonadine (*Chlamydomonas* spec.). Grossissement : 1240.

l'évaluer, ne dépasse pas 5/100e à 6/100e de micron, et est sans doute souvent très inférieur. Une de leurs dimensions est donc au delà de la limite de visibilité microscopique. Les méthodes de coloration avec mordançage les font apparaître beaucoup plus épais qu'ils ne sont en réalité.

J'ai vérifié leur présence chez les genres uniflagellés suivants : *Euglena, Phacus*, *Lepocinclis, Trachelomonas*. *Astasia, Menoidium*, ainsi que chez *Distigma proteus*, où les mastigonèmes n'existent que sur le grand flagelle. Chez le Dinoflagellé *Glenodinium uliginosum*, le flagelle longitudinal porte un mastigonème terminal long et fin, le flagelle transversal (donné comme rubanné chez les Dinoflagellés en général) est pourvu d'une rangée unique de mastigonèmes.

J'ai vérifié l'existence d'un mastigonème terminal (parfois très long) chez les Phytomonadines : *Chlamydomonas, Carteria, Lobomonas, Brachiomonas, Polytoma* et *Gonium*, ainsi que chez une Protomonadine : *Bodo minimus*. Je n'en ai pas trouvé jusqu'ici chez *Trichomonas batrachorum*, *Trypanosoma brucei*, ni chez les flagellés des Termites (*Trichomonas trypanoides, Pyrsonympha, Trichonympha*).

Mes résultats me conduisent à considérer comme exacts ceux de Boye Petersen dans leur ensemble, et plus particulièrement : 1° sur les Chryso-

monadines comme *Synura uvella*, dont un flagelle porte un mastigonème terminal et l'autre en montre sur toute sa longueur et sur ses deux flancs; 2° sur les Choanoflagellés, dont la flagelle porte à la fois un long mastigonème terminal et des mastigonèmes latéraux courts.

Nous distinguerons donc actuellement, d'après ce qui précède, cinq types de flagelles : 1° à un mastigonème terminal; 2° à une rangée latérale de mastigonèmes; 3° à mastigonèmes sur les deux flancs (¹); 4° à un long mastigonème terminal et mastigonèmes latéraux; 5° sans mastigonèmes connus.

Ce que l'on sait sur le mouvement propre des flagelles permet par ailleurs de conclure que les flagelles à action dynamique différente, différent aussi par leur structure.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Relation entre la rapidité d'un muscle strié et sa structure histologique*. Note de MM. **Herbert H. Jasper** et **André Pezard**, présentée par M. L. Lapicque.

On sait qu'il existe une certaine relation entre le diamètre des fibres nerveuses et la vitesse de leur influx; les fibres les plus petites ont des chronaxies plus grandes et des vitesses de conductions plus lentes (²).

Pour le muscle strié on s'est souvent posé la question de savoir s'il n'existait pas également quelque rapport entre la structure histologique et la vitesse d'excitabilité et de contraction. Nous avons eu l'occasion d'observer nettement une telle relation chez divers Crustacés décapodes où elle est plus facile à saisir en raison de la grande dimension des éléments. Nous présentons ici quelques documents concernant *Carcinus Mænas et Homarus americanus*.

Ces quatre muscles possèdent des vitesses de contraction différentes. Dans une pince donnée, l'adducteur est toujours plus rapide dans sa réponse que l'abducteur. La petite pince ou « pincer » est souvent plus rapide que la grande pince ou « cruscher ». Chez *Carcinus Mænas* la relation entre les vitesses moyennes de ces quatre muscles peut donc être exprimée

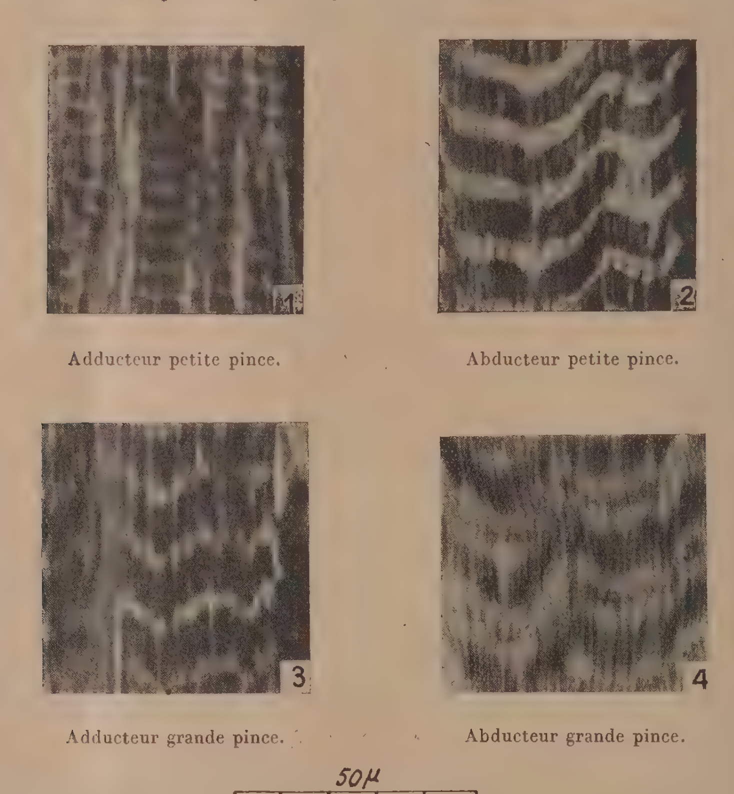
---

(¹) On ignore encore s'il y a deux rangées latérales opposées ou un revêtement total.

(²) L. Lapicque et R. Legendre, *Comptes rendus*, 187, 1913, p. 1163-1166; L. Lapicque, H. Gasser et P. Desoille, *C. R. Soc. de Biol.*, 92, 1925, p. 9; L. Lapicque, *C. R. Soc. de Biol.*, 97, 1927, p. 123; L. et M. Lapicque, *C. R. Soc. de Biol*,, 69, 1910, p. 46.

ainsi : Adducteur petite pince > adducteur grande pince > abducteur petite pince > abducteur grande pince. Chez le homard et aussi chez quelques crabes le rapport s'exprime : Adducteur petite pince > abducteur petite pince et adducteur grande pince > abducteur grande pince.

A cause de la réponse rythmique des nerfs sous excitation électrique



Adducteur petite pince. Abducteur petite pince.

Adducteur grande pince. Abducteur grande pince.

Comparer surtout les cases musculaires des muscles antagonistes. Si l'on considère l'ensemble des quatre muscles, les dimensions des cases musculaires sont sensiblement comme 1, 2, 2, 3 et les vitesses de réponse varient en sens inverse.

unique, on ne peut pas prendre les mesures de chronaxie comme d'habitude; quand on tente de faire par la technique habituelle une telle mesure on a un temps de sommation approximatif, non pas une chronaxie [1]. Les

(1) H. Jasper, *C. R. Soc. de Biol.*, **112**, 1933, p. 230-233; H. Jasper, et A. M. Monnier, *C. R. Soc. de Biol.*, **112**, 1933, p. 233-236.

rapports ci-dessus ont été établis : premièrement, d'après ces temps de sommation; deuxièmement, d'après la durée des phases ascendantes des myogrammes.

Néanmoins de telles mesures donnent une indication significative des vitesses de ces muscles.

Pour les études histologiques, les muscles étaient fixés lentement dans une solution de formol-eau de mer de concentration croissante de 2 pour 100 jusqu'à 10 pour 100 et puis dans le Bouin. Ces premières précautions étaient nécessaires pour éviter la contracture chimique des fibres pendant la fixation. La coloration employée est celle de Mallory. La figure ci-contre montre un exemple de micro-photographies de coupes histologiques (épaisseur 4-6 microns) de ces quatre muscles chez le *Carcinus Mænas*.

La question se posait de savoir si les différences observées entre l'adducteur et l'abducteur ne sont pas dues à la position (adduction ou abduction) de ces muscles, au moment de la fixation, l'un des muscles étant tendu et l'autre détendu. S'il en était ainsi, l'ouverture forcée des pinces pendant la fixation devrait renverser le rapport. Quand les muscles sont fixés dans la position d'abduction extrême, les grandeurs des cases de l'adducteur restent encore généralement un peu plus petites que celles de l'abducteur. Dans quelques cas elles deviennent égales mais le rapport de leurs dimensions n'est jamais renversé.

Voici nos résultats en chiffres :

Muscles de la pince de Carcinus Mænas *fixés dans leur position de repos naturel.* Moyenne de soixante mensurations de cases musculaires dans chaque muscle (en microns); au-dessous, les temps de sommation (approximatifs) des muscles correspondants (en sigmas).

	Grande pince.		Petite pince.	
Crabe.	Adducteur.	Abducteur.	Adducteur.	Abducteur.
1	14,7	17,2	6,1	11,6
2	8,1	14,3	7,3	12,1
3	7,0	14,4	7,3	12,4
Moyennes	9,9	15,3	6,9	12,0
Moyenne de 50 crabes	14	25	10	18

Les différences histologiques liées aux propriétés physiologiques paraissent donc réelles : le muscle le plus rapide possède la case musculaire la plus petite.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Action comparée des venins de* Lachesis atrox *et de* Naja tripudians *sur le sarcome expérimental du Rat.* Note de MM. **J. Vellard, Oswino Penna et Miguelote Vianna**, présentée par M. M. Caullery.

Au cours de recherches sur l'action cytolytique et nécrosante des venins, l'un de nous (O. P.) a suggéré d'étudier l'action de ces venins non sur une tumeur épithéliale (Calmette), mais sur une tumeur conjonctive très résistante, le sarcome du rat. Il nous a paru intéressant de comparer l'action du venin de *Naja* surtout phosphatidasique à celle des venins de *Lachesis* (*L. atrox*) fortement protéolytiques.

Nous ne nous occuperons ici que des greffes de sarcome; en 8 à 10 jours elles ont déjà la taille d'une noisette; en 3 ou 4 semaines, elles mesurent 50 à 60^{mm}, sur 30 ou 40; plus tard, elles s'ulcèrent et les animaux succombent vers la sixième ou huitième semaine; leur poids atteint 50 à 60^{g}, le tiers du poids total du porteur. Trois solutions de venin à 1 pour 100 dans l'eau salée physiologique ont été utilisées : une solution de *L. atrox* non chauffée; la même solution chauffée 30 minutes au bain-marie à 70°, pour détruire son action protéolytique; une solution de *Naja tripudians* non chauffée. En tubes scellés et à la glacière, elles gardent leur activité une quinzaine de jours. Pour des rats de 100 à 150^{g} les doses minima mortelles sont : avec le venin de *atrox*, 10^{mg} par voie hypodermique, 3^{mg} par voie intramusculaire, $0^{mg},6$ par voie veineuse; avec celui de *Naja*, $0^{mg},1$ par voie intramusculaire. La grande vascularisation de ce sarcome ne permet de travailler qu'avec des doses voisines de la minima mortelle par voie veineuse. Toutes nos expériences ont été accompagnées de nombreux témoins et contrôlées par des coupes histologiques.

Première série. — Six rats porteurs de greffes de 10 jours grosses comme une noisette, ont reçu une série de dix injections intratumorales de doses faibles et progressives ($0^{mg},05$ à $0^{mg},2$) de venin de *atrox* non chauffé; deux ont reçu en plus cinq nouvelles injections de doses élevées de ce venin ($0^{mg},5$ à $2^{mg},5$) dans les mêmes conditions. Après les deux premières petites doses, les tumeurs ont grandi plus rapidement que les témoins, devenant adhérentes aux tissus voisins; elles montraient des zones de ramollissement aux points d'injection mais se développaient à la périphérie. Sur les coupes, zones centrales acidophiles homogènes de nécrose, avec d'abondants dépôts de chromatine entourés de zones avec nombreuses cellules aux noyaux en pycnose ou en caryorexis; de grandes masses de tissus néopla-

sique ne sont pas altérées. Les deux rats ayant reçu une seconde série de doses élevées ont des lésions du même type un peu plus accentuées.

Deuxième série. — Douze rats porteurs de greffes de 10 jours; injection intratumorale, de 2 en 2 jours, de $0^{mg},5$ de venin de *atrox* non chauffé; après une injection, les tumeurs augmentent de volume; après la troisième elles se ramollissent. Les unes se sont ensuite ulcérées, laissant échapper un liquide jaunâtre et granuleux d'odeur fétide, qui n'a montré par ensemencement qu'un cocco-bacille mobile, Gram négatif. Trois tumeurs se sont en partie résorbées, sans s'ulcérer; elles montraient à l'intérieur une grande cavité remplie du même liquide granuleux. Deux tumeurs se sont entièrement résorbées, remplacées par une eschare noirâtre.

Plusieurs rats sont morts après deux ou trois injections; les autres ont succombé en moins de 18 jours avec profondes lésions rénales, hépatiques et pulmonaires dues au venin. Les coupes montrent, après une injection, une très forte vascularisation, avec grandes hémorragies et polynucléose abondante; la nécrose commence au point d'inoculation après deux injections; elle s'accentue à la troisième; c'est une nécrose massive. Après quatre injections, on ne voit plus qu'une mince lame de tissu tumoral séparant le tissu nécrosé du plan musculaire sous-jacent. Après six injections, la tumeur est réduite à une capsule formée d'une masse amorphe, acidophile, sans cellules néoplasiques reconnaissables. Autour de deux tumeurs résorbées, on note un tissu cicatriciel de fibres collagènes.

Troisième série. — Six rats porteurs de grosses tumeurs (40 à 60^{mm}) de 25 jours. Injection intratumorale de doses élevées et progressives de venin de *atrox* non chauffé ($0^{mg},5$ à 2^{mg}). Mort des rats entre la cinquième et la dixième injection. Les résultats sont moins nets que ceux de la deuxième série. Les tumeurs augmentent d'abord de volume, puis restent stationnaires et se ramollissent par place; à l'intérieur, le tissu nécrosé est creusé de cavités remplies de liquide granuleux. Sur les coupes, vastes zones de nécrose entourées d'une auréole de cellules avec altérations nucléaires les séparant du tissu tumoral sain. La sensibilité des rats n'a pas permis de détruire entièrement ces grandes tumeurs.

Venin de atrox *chauffé.* — Les injections intratumorales ne provoquent pas de vascularisation intense ni d'adhérences périphériques, ni formation de cavités internes. Sur les coupes, zones de nécrose avec çà et là des cellules néoplasiques reconnaissables, à différents stades de dégénérescence nucléaire et protoplasmique; ce n'est pas une nécrose en masse comme avec le venin non chauffé, mais plutôt un procédé lent de nécrobiose.

Venin de Naja non chauffé. — L'injection intratumorale de doses élevées

($0^{mg},02$ à $0^{mg},05$) provoque un début de nécrose dès la deuxième injection, mais n'arrête pas le développement du sarcome; on note des zones de ramollissement, la formation de cavités remplies de liquide granuleux et souvent des ulcérations. Sur les coupes, la nécrose est moins complète qu'avec le venin de *atrox*.

Injections à distance. — Les doses élevées de venin de *atrox* non chauffé provoquent une congestion intense du sarcome et de petites hémorragies analogues à celles existant dans les autres organes.

Ces expériences montrent que les venins ophidiques peuvent agir aussi bien sur des greffes cancéreuses conjonctivales denses que sur les tumeurs épithéliales. Les venins protéolytiques, comme ceux de *Lachesis*, ont une action plus marquée que le venin phosphatidasique de *Naja;* chauffés à 70°, ils perdent leur action protéolytique et se comportent comme ce dernier. Il est intéressant de souligner que la dose nécrosante *in vivo* coïncide avec la dose minima protéolytique *in vitro* ($0^{mg},5$ de *atrox*). L'action nécrosante sur les tumeurs denses dépasse peu le point d'injection.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Taux et répartition du manganèse dans le grain de blé.* Note de M. **P. Bruère**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La présence du manganèse, élément « oligosynergique » dans les parties actives du règne végétal ([1]), et la possibilité d'effectuer en série le dosage de ce métal par la méthode colorimétrique de M. Gabriel Bertrand ([2]), notamment dans le blé et les produits de mouture ([3]), présentent un intérêt de premier ordre dès que l'on dispose, pour une expertise, d'échantillons types.

Toutefois, il importe de mettre en relief que pour un même blé, préalablement étalonné comme teneur en manganèse, la répartition dans les différents produits de mouture (farines panifiables et issues) est variable suivant l'outillage des moulins (cylindres, meules, soder, etc.) et, pour une même installation, avec le diagramme de mouture et la séparation plus ou moins différenciée des produits fabriqués. En conséquence, les résultats obtenus ont une valeur comparative intéressante, mais qui ne permet pas d'apprécier avec sécurité le *taux* et la *répartition* du manganèse dans le grain de blé.

([1]) G. Bertrand et Mme Rosenblatt, *Ann. Inst. Pasteur*, **35**, 1921, p. 815.

([2]) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **9**, 1911, p. 361.

([3]) M. Javillier et S. Imas, *C. R. Acad. Agriculture*, **12**, 1926, p. 721.

Dans ce but, nous nous sommes appliqué à effectuer des déterminations sur des blés indigènes de récolte récente, par sectionnements, grattages, tamisages, usure mécanique de l'enveloppe, recoupements par calculs basés sur l'absence de matières grasses dans le périsperme, contrôle microscopique par microréactions colorimétriques [1], etc.

Les taux obtenus ont été répartis suivant les pourcentages moyens qui résultent des travaux de A. Girard et de E. Fleurent [2] :

Albumen 83 + enveloppe 15,5 + germe 1,5 = 100.

	1.	2.
	mg	mg
Albumen.......	0,7	$0,7 \times \frac{83}{100} = 0,581$
Enveloppe......	13	$13 \times \frac{15,5}{100} = 2,015$
Germe.......	19	$19 \times \frac{1,5}{100} = 0,285$
		Total......... 2,881

1 = *Taux* de manganèse en milligrammes pour 100^g de produits secs.
2 = Répartition dans le blé de grosseur moyenne pour 100^g de produits secs.

Soit, en chiffres arrondis, $2^{mg},9$ de manganèse pour 100^g de blé indigène (résultats calculés sur produits secs), blé d'une grosseur telle que le poids de 1000 grains est voisin de 50^g.

Les écarts constatés, uniquement pour des blés indigènes à cassure opaque et farineuse, ont oscillé entre $2^{mg},5$ (cas de gros blés dont le poids de 1000 grains dépasse 50^g) et $3^{mg},9$ (cas de blés petits dont le poids de 1000 grains est inférieur à 30^g et à l'exclusion des grains rachitiques).

Dans l'*albumen*, le taux du manganèse croît de la partie centrale très amylacée, à la périphérie granuleuse, en suivant l'augmentation des cendres et des protides :

Albumen.	Zone centrale (fleurante)..........	$0^{mg},4 \times \frac{50}{100} = 0^{mg},20$
»	Zone médiane (ronde)............	$0,8 \times \frac{35}{100} = 0,28$
»	Zone périphérique (gruauteuse).....	$1,4 \times \frac{15}{100} = 0,21$
	Total pour 100^g..........	0,69

L'enchassement des cellules de la région périphérique de l'albumen par celles de l'assise à diastases justifie le taux plus élevé du manganèse.

---

[1] P. Bruère, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 792.
[2] E. Fleurent, *Le pain de froment*, Gauthier-Villars, 1911, p. 48.

Dans l'*enveloppe* la partie externe (périsperme constitué par le péricarpe soudé au tégument séminal) est cellulosique et fournit théoriquement les sons, tandis que la partie interne (endosperme constitué par l'endoplèvre inséparable de l'assise à diastases) est riche en principes à caractère lipidique, dont le taux suit toujours celui du manganèse, même si les cendres ne s'élèvent pas parallèlement; à la mouture, par désagrégation, qui sépare théoriquement la zone périphérique de l'albumen, on obtient les remoulages bis.

Enveloppe externe	$6^{mg},5 \times \frac{38}{100}$	$= 2^{mg},47$
Enveloppe interne	$17^{mg} \times \frac{62}{100}$	$= 10^{mg},54$
Total pour 100g		$13^{mg},01$

Ces résultats nous paraissent susceptibles de fournir d'utiles indications pour le travail de normalisation qui s'impose, concernant l'unification des appellations, et des définitions à appliquer aux produits de mouture, comme suite au vœu que nous avons fait adopter en juin 1932 à Rome par le premier Congrès international de panification [1].

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur un acide hexose-phosphorique obtenu par hydrolyse de la fécule.* Note de M. **Théodore Posternak**, présentée par M. A. Desgrez.

J'ai montré [2] que, parmi les produits d'hydrolyse enzymatique de la fécule, se trouvent des acides polyose-monophosphoriques; en les traitant à l'ébullition par l'acide sulfurique dilué, j'ai poussé la dégradation plus loin et j'ai obtenu un acide biose-monophosphorique qui se laisse d'ailleurs préparer plus simplement par hydrolyse acide directe de la fécule.

Cinq heures de chauffe à l'ébullition avec l'acide sulfurique à 2 pour 100 permettent de scinder le biose phosphorylé; ce traitement ne minéralise qu'une faible partie du phosphore. Après refroidissement, l'hydrolysat est neutralisé exactement à la baryte; on filtre et sépare par addition de deux volumes d'alcool un sel phospho-organique de baryum qu'on purifie ensuite

(1) *Atti del Congresso internazionale di panificazione* (Vol. 24 *della Biblioteca federale di studi e propaganda*, Roma, 1933, p. 241).
(2) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1157.

en le reprécipitant de sa solution aqueuse au moyen d'alcool. Il possède la composition du sel de baryum d'un acide hexose-monophosphorique : $C^6H^{11}O^9PBa$. Si l'on traite l'acide libre, au bain-marie, par une solution de phénylhydrazine dans l'acide acétique dilué, il se sépare bientôt de fines aiguilles fondant à 152°-153° ; elles représentent le sel de phénylhydrazine de l'osazone : $C^{24}H^{31}O^7N^6P$.

Le tableau suivant montre l'identité de notre acide hexose-monophosphorique avec un composé que R. Robison (1) a isolé du mélange d'esters monophosphoriques qui se forme sous l'action de la levure, aux dépens du glucose et des phosphates minéraux :

	Acide hexose phosphorique obtenu par hydrolyse de la fécule.	Acide glucose phosphorique de Robison (1).
Acide libre $C^6H^{13}O^9P$ $[\alpha]_{5461}$ (dans l'eau).........	+40°,9	+41°,4
Sel de baryum $C^6H^{11}O^9PBa$ $[\alpha]_{5461}$ (dans l'eau).....	+20,8	+21,2
Sel de phénylhydrazine de l'osazone $C^{24}H^{31}O^7N^6P$:		
point de fusion..............................	152-153	154-154,5
$[\alpha]_{5461}$ (mélange : 3^{vol} alcool + 2^{vol} pyridine) :		
1° après 15 minutes..........................	−62,5	−60
2° après 24 heures...........................	35,4	−35

Comme l'ont montré les recherches de Robison et King (*loc. cit.*) d'une part, de P. Levene et A. Raymond (2) de l'autre, l'ester de Robison doit être considéré comme l'acide glucose-6-phosphorique. Sa formation par hydrolyse de la fécule permet de représenter la partie des chaînes du polysaccharide à laquelle se trouve attaché l'acide phosphorique par la formule suivante :

```
       CH²OH                CH²OPO³H²             CH²OH
  H  /|——O\  H        H  /|——O\  H        H  /|——O\  H
    / H    \             H    \              H
\O/ \ OH  H / \O/ \ OH  H / \O/ \ OH  H / \O
     \|———|/           \|———|/            \|———|
      H   OH            H   OH             H   OH
```

(1) R. Robison et E. J. King, *Biochem. Journ.*, **25**, 1931, p. 323.

(2) *Journ. of biol. Chem.*, **89**, 1930, p. 479; **91**, 1931, p. 751; **92**, 1931, p. 765.

PATHOLOGIE. — *Essais sur l'anémie infectieuse du cheval.* Note [1] de MM. G. **Ramon** et E. **Lemétayer**, présentée par M. E. Leclainche.

Depuis plusieurs années, nous avons entrepris des recherches sur l'anémie infectieuse des Équidés que Vallée et Carré ont signalée à l'attention des vétérinaires par une étude magistrale publiée il y a trente ans. Déjà, nous avons apporté divers renseignements ayant trait à l'anatomie pathologique et au diagnostic expérimental de l'affection [2]. Nous envisagerons aujourd'hui certains points particuliers concernant l'étiologie, la pathogénie et l'immunologie de cette affection, dont les ravages s'étendent de plus en plus dans notre pays comme à l'étranger.

De nombreux modes d'infection ont été tour à tour décrits et affirmés par les uns, niés par les autres. Nous nous sommes livrés à ce sujet à diverses expériences que nous examinerons en détail ailleurs. Nous n'en retiendrons qu'une ici.

Un cheval sain en apparence, ne présentant aucun antécédent ni aucun signe qui puisse faire soupçonner l'existence, chez lui, de l'anémie infectieuse, est porteur dans la région dorsale d'une plaie de harnachement. Celle-ci, de 5^{cm} de diamètre environ, est superficielle et en voie de cicatrisation. Le 7 octobre, elle est arrosée avec quelques centimètres cubes de sérum conservé à la chambre froide (à + 4°), et prélevé trois mois auparavant sur un cheval en pleine crise d'anémie infectieuse. Une lame mince de coton imbibée de quelques gouttes de ce sérum est collée sur la plaie. Ce pansement est répété, avec le même sérum, les 8, 9, 11, 14, 16, 18 octobre. Le 20 et le 24 octobre, la plaie, qui est réduite à un diamètre de 2^{cm}, est arrosée de la même façon avec du sang virulent frais; 31 jours après le dernier pansement, ce sujet présente un accès aigu typique d'anémie infectieuse (maximum de température 40°,8) durant quatre jours; un nouvel accès, évoluant en 5 jours, est enregistré trois semaines plus tard (maximum de température 40°,7).

Si de nouvelles expériences confirment ce moyen de pénétration du virus, nous aurons l'explication du mode de contagion indirecte, ainsi que celle du rôle probable, quoique non encore réellement démontré, de certains insectes dans la transmission de la maladie.

Nous avons pu faire, en outre, une observation analogue à celle déjà

---

(1) Séance du 15 janvier 1934.

(2) G. Ramon et E. Lemétayer, *Bull. de l'Académie vétérinaire*, 4, 1931, n° 6, p. 279; E. Lemétayer, *ibid.*, 5, 1932, v, p. 231; 6, 1933, iii, p. 97.

relatée par quelques expérimentateurs, mais présentant cependant diverses particularités.

Un cheval (nº Mle 17) qui, détail à noter, a reçu antérieurement dans un but purement expérimental de nombreuses injections d'antigène streptococcique, est inoculé dans la veine avec 60^{cm^3} de sang provenant d'un cheval anémique. Alors que deux autres chevaux inoculés dans les mêmes conditions succombent à la maladie, en l'espace de deux semaines, le cheval 17 après avoir présenté deux accès suraigus, se rétablit. Durant trois années ce même cheval fort bien portant, dont la température demeure normale, reçoit à différents intervalles six injections de matière sûrement virulente : sang ou sérum. A aucun moment, il ne présente d'accès; il offre donc une résistance parfaite aux surinfections exogènes et aussi, nous pouvons ajouter, aux surinfections endogènes; en effet, des prélèvements de sang étant effectués à différentes reprises chez cet animal et le sérum recueilli (ou le sang lui-même) étant injecté chaque fois à un cheval neuf, quatre fois sur sept, le sérum s'est révélé virulent.

Ainsi le cheval 17, qui a résisté à une infection expérimentale sévère, se montre résistant aux surinfections tout en étant, à certains moments, porteur de virus; alors qu'il possède lui-même l'immunité, son sérum est incapable de transmettre cette immunité à d'autres animaux; bien au contraire, il leur transmet l'affection mortelle.

Par analogie avec la préparation des anatoxines, et à l'image de ce qui a été tenté avec d'autres virus, nous avons cherché à transformer le virus de l'anémie en vaccin. Dans ce but, du sérum virulent est formolé dans la proportion de 1^{cm^3} de formol pour un litre de sérum, puis il est étuvé pendant quatre jours à 37°. Un animal neuf, injecté à deux reprises avec ce virus formolé, présente une forme subaiguë de l'infection et meurt. Dans d'autres essais, du sérum virulent est additionné de $0^{cm^3},5$ de formol par litre, puis chauffé à 55-56° durant 40 minutes; il perd ainsi sa virulence, mais injecté à un cheval neuf il ne lui confère aucune résistance à l'épreuve expérimentale. Des macérations de pulpe de rate, de pulpe de foie, provenant de sujets morts d'anémie et très riches en virus, sont formolées à 5 pour 1000 puis soumises ou non à l'action de la température de l'étuve (37°). L'injection de doses variables est supportée sans dommage par des chevaux neufs, mais ces animaux, éprouvés en même temps que des témoins au moyen d'un virus actif, et dans des conditions sévères, ne présentent aucune résistance particulière. Nos essais d'immunisation ainsi conduits ont donc échoué.

Notre longue série d'expériences nous a permis, par ailleurs, de constater l'existence de virus d'activité différente. Le virus utilisé au début de nos essais agissait après une période d'incubation relativement courte, et la

maladie évoluait très rapidement vers une issue presque toujours fatale. Par contre, nous avons recueilli, par la suite, des virus de différentes provenances qui se sont montrés en général moins actifs; la maladie provoquée revêt le plus souvent la forme chronique et les animaux inoculés ne succombent pas, ou seulement à très longue échéance.

Ce que les faits déjà connus et nos propres essais nous ont appris concernant, d'une part les porteurs de virus, leur résistance à la surinfection, leur capacité d'infection à l'égard des autres chevaux, d'autre part l'absence d'immunité chez les animaux vaccinés avec un virus tué, l'existence de virus de variable virulence et de pouvoir pathogène plus ou moins affaibli, nous engagent à poursuivre nos recherches dans une direction nouvelle.

CHIMIOTHÉRAPIE. — *Pouvoir anthelminthique de certains composés chlorés du butane dans la cylicostomose du cheval.* Note [1] de M. **Marcenac**, présentée par M. Delépine.

Du point de vue curatif, il n'existait pas jusqu'à ces derniers temps, contre la cylicostomose du cheval, de chimiothérapie vraiment efficace. L'action médicamenteuse idéale, à rechercher aussi polyvalente que possible par rapport aux divers stades d'évolution du parasite, doit porter :

1° sur les larves infestantes, récemment ingérées, mélangées au contenu intestinal, avant leur pénétration dans la muqueuse du cæcum et du côlon;

2° sur les adultes et préadultes de la lumière intestinale;

3° sur les œufs émis par les femelles avant leur expulsion avec les matières fécales.

Cette atteinte concomitante complète s'est toujours montrée de réalisation difficile. Les multiples médications anticylicostomiennes préconisées restent trop souvent insuffisamment efficaces contre les parasites adultes; les larves intrakystiques, protégées par leur coque réactionnelle, sont peu aisées à atteindre, les œufs et larves libres échappent, en général, aux anthelminthiques.

Dans le traitement de la cylicostomose, un vermifuge ne peut être opérant qu'à la condition formelle d'être d'abord spécifique à l'égard de l'espèce parasitaire en cause; il doit également être très peu soluble,

(1) Séance du 15 janvier 1934.

capable par conséquent de ne subir ni absorption, ni transformation nuisible, avant d'agir au siège même, fort lointain, des Nématodes en question.

Les diverses thérapeutiques essayées n'ont pas toujours tenu compte suffisamment de ces nécessités d'action propre et d'insolubilité. A l'exception du tétrachloréthylène dont le taux efficace est par trop voisin de la dose léthale et surtout du chlorure de butylidène, préconisé en Amérique par Wright, Raffenspeyer, Bozicevitch, Underwood, Schaffer ([1]), les très nombreux produits essayés n'ont donné que des résultats nuls ou imparfaits.

Les recherches que nous avons entreprises ont étudié à l'exemple de nombreux auteurs d'Outre-Atlantique, notamment de Willard, Wright, Schaffer ([2]), le pouvoir anthelminthique et toxique de plusieurs corps, comparé à leurs caractéristiques physiques et chimiques (solubilité, structure de la molécule, position de l'atome Cl).

Parmi ces corps, certains composés chlorés du butane, absolument inédits dans leur utilisation comme vermifuge, ont été retenus, en raison de leur innocuité dans d'assez larges limites d'emploi et de leur valeur réelle contre les Cylicostomes.

Le dichloro-2.2-butane ($CH^3.CCl^2.CH^2.CH^3$) et le chloro-2-butène qui en dérive par perte de ClH ([3]) nous ont procuré de remarquables résultats, chez des malades plus ou moins cachectisés (quelques-uns abandonnés thérapeutiquement), soumis à ces médications suivant un protocole sévère : pesées, examen des grandes fonctions, recherches coprologiques complètes, au cours de longues observations cliniques ([4]).

La dose utile de ces corps, employés purs ou en mélange, est de $0^{cm^3},18$ à $0^{cm^3},20$ par kilogramme de poids vif.

Une purgation consécutive, à l'huile de lin, assure l'élimination d'un nombre considérable (1500, 2000, 4000) de Cylicostomes morts, avec des coefficients d'expulsion (rapport entre le total des vers évacués et la teneur

---

(1) *Journ. of Agricultural Research*, **43**, 1931, p. 287; *Veterinary medecine*, 1933, p. 52.

(2) Etude critique expérimentale de l'action des anthelminthiques chlorés par rapport à leur structure chimique et à leurs propriétés physiques (*Journ. Parasitol.*, **16**, 1929, p. 107).

(3) Beilstein, dans son traité, lui donne la formule $CH^2{:}CCl.CH^2.CH^3$, mais la formule $CH^3CCl{:}CH.CH^3$ est plus probable.

(4) Les premiers résultats de ces essais ont été rapportés à la *Société vétérinaire pratique de France*, 1933, p. 141, 219 et 270.

moyenne en œufs des préparations microscopiques de fèces, avant le traitement) de 200 à 300; à noter que ce coefficient ne dépasse guère 40 à 50 avec les autres anthelminthiques classiquement recommandés.

La durée du contact des composés chlorés du butane au niveau de la muqueuse cæco-colique se prolonge pendant 4 à 5 jours, ainsi qu'en témoigne l'odeur fortement alliacée des excréments, pendant ce délai; cette particularité, extrêmement intéressante à souligner, favorise au plus haut point le pouvoir destructif sur les larves intrakystiques.

L'absorption tardive de ces corps, dédoublés, donne à l'air expiré la même forte odeur alliacée, pendant 6 à 7 jours. Le passage dans la circulation générale de ces produits de décomposition constitue un facteur supplémentaire d'efficacité à l'égard du contenu des kystes intramuqueux.

Les larves libres des premier et deuxième stades, placées *in vitro*, au contact du dichlorobutane et du chlorobutène, sont tuées rapidement; les œufs touchés par le vermifuge ont, dans une notable proportion, leur segmentation arrêtée; les copro-cultures restent négatives.

En *résumé*, le pouvoir anthelminthique du dichlorobutane et du chlorobutène, dans la cylicostomose du cheval, est nettement positif, dépassant largement celui des autres produits habituellement préconisés.

Cette médication ne comporte pas de contre-indications.

Elle atteint les parasites aux divers stades de leur évolution, assurant de ce fait une guérison certaine et durable : la reprise du poids est rapide et la récupération de vigueur marche de pair avec le retour de l'embonpoint.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.